



GeoGebra ve GeoGebra ile Matematik Öğretimi

İletişim: tkabaca@pau.edu.tr, <http://samala.pau.edu.tr>

Referans: Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y. ve Bulut, M., (2010), GeoGebra ve GeoGebra ile Matematik Eğitimi, *First Eurasia Meeting Of GeoGebra (EMG): PROCEEDINGS*, Gülseçen, S., Ayvaz Reis, Z. ve Kabaca, T. (Eds), İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları, yayın no:126, ISBN:978-605-4233-31-1

İÇİNDEKİLER

1. Giriş.....	3
1.1 Dinamik matematik ne demektir?.....	4
1.2 Neden GeoGebra?.....	5
1.3 Uluslar arası GeoGebra Topluluğu ve Türkiye’de GeoGebra	6
2. GeoGebra’yı Kullanmaya Hazırlık	8
2.1 GeoGebra’ya Ulaşma.....	8
2.2 Yazılımı Kurma	8
2.2.1 Kurulum İçin Gerekli Dosyalar	8
2.2.2 GeoGebra’yı Çalıştırma.....	8
3. GeoGebra’ya Giriş	9
3.1 Geometrik İnşalar	9
3.2 Cebirsel Giriş ve Komutlar	10
3.3 Hesap Çizelgesi Girişleri.....	10
3.4 Kullanıcı Arayüzünü ve Araç Çubuğunu Özelleştirme	11
3.5 GeoGebra’nın Araç Çubuklarını Tanıyalım	11
3.5.1 Taşı.....	11
3.5.2 Yeni Nokta	12
3.5.3 İki Noktadan Geçen Doğru	12
3.5.4 Dik doğru	12
3.5.5 Çokgen	12
3.5.6 Merkez ve bir noktadan geçen çember.....	13
3.5.7 Elips	13
3.5.8 Açı.....	13
3.5.9 Nesneyi doğrudan yansıt.....	14
3.5.10 Sürgü.....	14
3.5.11 Çizim tahtasını taşı	14
4. ETKİNLİK ÖRNEKLERİ	15
4.1 Çemberde Açı ve Uzunluklar	15
4.2 Parabolün denklemi ile eğrisi arasındaki ilişki.....	19
4.3 İletki ile açı ölçmenin görselleştirilmesi	22
4.4 Etkinliğin Konusu: Tavşanın zıplamasını modelleyelim	24
4.5 Simetri Kavramını Keşfedelim	26
4.6 Dizi komutundan ve tablodan yararlanma (Çemberin çevresi ve π sayısı).....	27
4.7 Fraktalar ve yeni bir araç oluşturma	30
4.8 Pergel ve Çizgilerle Geometrik çizim uygulamaları	33
4.9 Geometrik İspatları Görselleştirme	34

1. Giriş

Matematik, insanların çevresini ve doğayı daha iyi anlama gayretinin bir ürünü olarak bugünkü modern şekline bürünmüş doğa bilimlerinden biridir. Bu bakış açısı, matematiğin bir otorite tarafından sunulması yerine öğrencilerin kendi bilgilerini yapılandırma sürecini yaşayacakları etkinlikler içinde öğretilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. “Yapılandırmacı Eğitim” adıyla eğitim bilimleri literatürüne giren bu felsefe resmî Milli Eğitim Müfredatımızı da etkilemiş ve son 5 yıldır ilk ve orta öğretim kurumlarımızda öğrencilerimizin kendi bilgilerini yapılandırma süreci içine alınması resmen önerilmeye başlanmıştır (MEB, 2005a ve 2005b). GeoGebra, yapılandırmacı bir matematik öğretimi ortamını oluşturma hedefini gerçekleştirmede en güncel ve kolay ulaşılabilir dinamik matematik yazılımlarından biridir.

Uluslararası FutureLearning 2010 Konferansı bünyesinde gerçekleştirilen Avrasya GeoGebra Toplantısı kapsamında düzenlenen bu çalıştay ile katılımcı matematik öğretmenlerinin yapılandırmacı bir sınıf ortamı oluşturma yeteneklerine bir yenisini eklemek hedeflenmektedir.

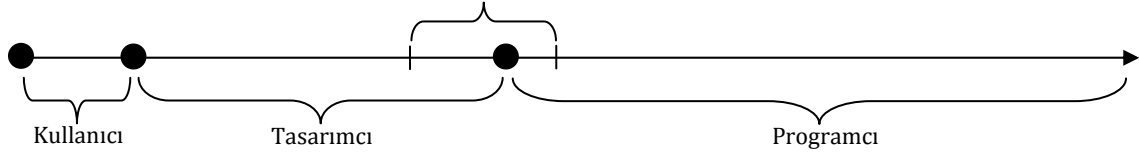
Elinizdeki kılavuz çalıştay süresince size rehberlik etmek üzere hazırlanmıştır. İlk bölümde “Dinamik Matematik” kavramı tanımlanmış ve GeoGebra ve GeoGebra’nın Türkiye’deki temsili ile ilgili genel bilgiler verilmiştir. İkinci bölüm, GeoGebra’nın kuruluşu ve kullanımı ile ilgili teknik bilgileri içermektedir. Üçüncü bölümde GeoGebra’nın arayüzü ve araç çubukları kısaca tanıtılmıştır. Son bölümde ise GeoGebra ile tasarlanabilecek etkinliklere yönelik ve GeoGebra’nın sınıf ortamında kullanımına yönelik örnek etkinlikler çalışma yaprakları formatında sunulmuştur.

GeoGebra yazılımını uluslar arası platformda temsil eden otoriteler, GeoGebra’dan yararlanmayı 3 temel düzeyde sınıflandırmışlardır. Bunlar;

- 1- Kullanıcı düzeyi:** GeoGebra’nın araç çubuklarını tanır ve GeoGebra’da oluşturulmuş dinamik etkinliklerden verimli bir şekilde faydalanabilir. Bu düzey öğrencilerimizin ulaşmasını arzu ettiğimiz düzeydir.
- 2- Tasarımcı düzeyi:** GeoGebra’nın araç çubuklarını tanımanın ötesinde her birinin nasıl kullanılacağını bilir ve bunlardan farklı kombinasyonlarda yararlanarak dinamik etkinlikler tasarlayabilir.
- 3- Programcı düzeyi:** GeoGebra’ya has cebirsel komutlardan yararlanarak daha ileri düzey tasarımlar yapabilir ve daha da ileri seviyede GeoGebra’nın yazıldığı programlama dilini kullanarak GeoGebra’ya yeni komutlar da kazandırabilir.

Bu çalıştayda kısıtlı bir zaman diliminde, katılımcıların genel anlamda GeoGebra’yı öğrenmeyi öğrenmesi hedeflenmektedir. Çalıştay içeriği, katılımcıları aşağıdaki seviyeye getirme hedefine göre planlanmıştır;

Öğretmenlerin gelmesi beklenen seviye



Katılımcıların arzu edilen seviyede yazılımı kullanabilme becerilerinin gelişmesi büyük oranda kişisel gayret ve motivasyona bağlıdır.

1.1 Dinamik matematik ne demektir?

Dinamik matematik kavramından önce dinamik geometri kavramını tanımlamak daha uygun olacaktır. Çeşitli geometrik şekil ve cisimlerin çevre, alan, açı ve uzunluk gibi özellikleri ile bunların birbirleri arasındaki ilişkileri modelleme gayreti içinde çeşitli somut araçlar (özel olarak üretilen materyaller ya da kırık cetvel gibi çeşitli şekiller üretilebilen araçlar düşünülebilir) kullanılarak üretilen şekil ya da cismin çeşitli şekillerde hareket ettirilmesi veya formunun değiştirilmesi ile analiz edilmesi dinamik geometri etkinlikleri olarak tanımlanabilir. Bilgisayarların hayatımıza girmesi ve matematik eğitiminde kullanımının değerlendirilmeye başlaması ile birlikte bu etkinliklerin sanal ortamda daha az maliyetle üretilebileceği yazılımlar (Cabri, the Geometer's Sketchpad) üretilmiştir. Bu tarz yazılımlara Dinamik Geometri Sistemleri adı verilmektedir.

Dinamik geometri yazılımları noktalar, doğrular, daireler ve bunun gibi geometrik şekiller arasındaki ilişkiler üzerine odaklanır. Bu yazılımların sunduğu arayüzde yapılandırılan şekillerin formları üzerinde sürükleme teknolojisi ile değişiklikler yapılarak çeşitli manipülasyonlar üretilebilir. Bu yolla öğrencilere çoklu temsiller, keşfetme etkinlikleri ve kendi sonuçlarını çıkarma fırsatları sunulabilir.

Dinamik öğrenme ortamları matematik öğrenmede öğrencilere yeni fırsatlar sunmaktadır. Dinamik araçlar özellikle yaparak öğrenmeyi ve keşfetme sürecini destekler. Güven (2002) yüksek lisans tezinde, DGY'ları geometri eğitimi alanına girerek, geometriyi "statik" bir yapıya sahip olan kâğıt-kalem sürecinden kurtarıp bilgisayar ekranında dinamik bir hale getirerek, öğrencilerin varsayımda bulunmalarını, teorem ve ilişkileri keşfetmelerine ve bunları test etmelerine imkan sağladığını belirtmiştir. Yapılan araştırmalar (Hazan ve Goldenberg1997; Hölzl, 1996; Choi- Koh, 1999) dinamik özelliğe sahip olan geometri yazılımlarının öğrencilere, yaygın olarak kullanılan kâğıt-kalem çalışmalarına göre çok daha fazla soyut yapılar üzerine yoğunlaşma fırsatı verdiğini göstermiştir (Akt: Güven ve Karataş, 2003). Öğrencinin bu yolla hayal etme gücü artmaktadır. Matematikte hayal etme gücünün artması sezgi yolunun dolayısıyla yaratma ve keşfetme yollarının açılması demektir. Bu yollar açıldığında öğrenci analiz yapabilecek, varsayımda bulunabilecek ve genelleme yapabilecektir (Güven, Karataş, 2003). Edwards (1997) DGY'nin geometri öğretimine sunduğu; deneyimleri destekleme ve geometriyi öğrencilere araştırma yoluyla öğretme özellikleri yıllardır aynı şekilde öğretilen geometri için alternatif imkânlar sunduğunu belirtmiştir (Akt: Güven, Karataş, 2003). Bu yeni yaklaşımla, öğrenciler araştırma ortamı içerisine rahatça girerek keşfetme, varsayımda bulunma, test etme, reddetme, formülize etme, açıklama olanaklarına sahip olurlar (Güven, Karataş, 2005).

Geometri fiziksel dünyayı tanımaya yapmış olduğu katkılardan dolayı matematik içerisinde ayrı bir konuma sahiptir. Ancak yapılan araştırmalar, matematiğin önemli bir parçasını oluşturan bu alanda, öğrencilerin güçlü kavramsal anlayışlar geliştiremediklerini ortaya koymuştur (Mistretta, 2000). Çünkü okullarımızda okutulmakta olan Öklid geometrisi bugünkü haliyle, öğrencilere zengin deneyimler sağlayamamakta, araştırma, keşfetme ortamları sunamamaktadır. Kendilerini zengin deneyimler içerisinde bulamayan öğrenciler

ise kuralları, ilişkileri, örnekleri ve gerektiğinde ispatları ezberlemeye yönelmektedirler (Güven, Karataş, 2005).

Türkiye’de 2005 tarihi itibarıyla kullanılmaya başlanan ilköğretim 6-8. Sınıflar matematik müfredatı dinamik geometri yazılımlarının kullanımını desteklemektedir. Yeni program incelendiğinde 6–8. sınıflar düzeylerinde dinamik geometri yazılımlarının kullanımıyla öğrencilerin geometrik çizimler oluşturabilecekleri ya da öğretmenin hazırladığı dinamik geometrik şekiller üzerinde etkileşimli incelemeler yapabilecekleri belirtilmiştir (MEB, 2005a ve 2005b).

Teknolojinin matematik öğretimine etkili biçimde entegrasyonu sağlanmaya çalışılırken, öğrencilerin öğrenmesinde öğretmenlerin oynadıkları temel rolün göz önünde bulundurularak öğretmenler için hizmet içi eğitim programları düzenlenmesi bir gerekliliktir.

Dinamik etkinliklerin sadece geometri öğrenme alanına hitap etmenin ötesinde matematiğin cebir ve analiz gibi diğer alanlarına hitap etmesini sağlayan ortamları da daha genel olarak dinamik matematik olarak adlandırmak uygun olur. Bu özelliğe uygun en güncel yazılımlardan birisi GeoGebra’dır

1.2 Neden GeoGebra?

Son yıllarda ücretsiz açık kaynak kodlu (Free Open Source Software – FOSS) yazılımların eğitim alanında da çözümler ürettiği ve bu doğrultuda çeşitli isteklerin oluştuğu gözlemlenmektedir. Açık kaynak kodlu bir dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra, sembolik hesaplama kabiliyeti olan Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin (BCS) görselleştirme ve sembolik hesaplama yetenekleri ile Dinamik Geometri Sistemlerinin (DGS) değişebilirlik ve kullanım kolaylığı yeteneklerini birleştirmektedir. Böylece geometri, cebir hatta analiz matematiksel disiplinleri arasında bir köprü görevi görmektedir (Hohenwarter ve Jones, 2007; Preiner, 2008). GeoGebra noktalar, doğru parçaları, doğrular, konik kesitleri ve benzeri matematiksel kavramlar üzerine çalıştığı için bir yönüyle DGS olarak ele alınabilir. Diğer yönüyle ise noktaların, koordinatların, denklemlerin, fonksiyonların direkt olarak girilebilme, cebirsel olarak tanımlanabilme ve dinamik olarak değiştirilebilme yönleriyle bir BCS olarak ele alınabilir. GeoGebra bu özelliğiyle arka planında sayılar, vektörler ve noktalar için değişkenlerle uğraşan, fonksiyonların türev ve integrallerini bulabilen ve Asimptot, Alan, Tepe Noktası gibi matematiksel komutlar içeren sade bir bilgisayar cebiri sistemidir. GeoGebra’nın en temel özelliği bir yönden BCS diğer bir yönden ise DGS olarak ele alınabilmesidir. GeoGebra matematik eğitimindeki potansiyeli ve kabiliyetleri ile okul müfredatında geometri ve cebir arasındaki ilişkiyi kurmakta önemli bir değer olarak ortaya çıkmaktadır (Hohenwarter ve Jones, 2007).

GeoGebra yazılımını benzerlerine göre bir adım daha öne çıkaran özellikleri aşağıdaki gibi sayılabilir.

- **Ücretsizdir.**

GeoGebra, özellikle Avrupa ve Kuzey Amerika’da başta olmak üzere popülaritesi sürekli olarak artmakta olan açık kaynak kodlu bir dinamik matematik yazılımıdır. Markus Hohenwarter tarafından Salzburg Üniversitesi’nde bir master tezi projesi olarak tasarlanmıştır. Geometri, cebir ve analizi tek, kullanımı kolay bir pakette birleştirerek bir dinamik yazılım oluşturma düşüncesi Hohenwarter’in yazılımı geliştirilmesindeki temel fikri oluşturmuştur. Yazılım 2002 yılında internette yayınlandıktan sonra umulmadık bir biçimde yaygınlaşmış, birçok öğretmen Hohenwarter’le iletişime geçerek sınıflarında GeoGebra kullanımına yönelik isteklerini paylaşmışlardır (Hohenwarter ve Lavicza, 2007). Tamamen akademik amaçlar doğrultusunda tasarlanan yazılım açık kaynak kodlu olarak gelişmeye devam etmekte ve bütün dünyada ücretsiz kullanıma özelliğini devam ettirmektedir.

- **Çok yönlüdür.**

Geogebra Cebir penceresi ve Geometri penceresi olmak üzere iki temel bölümden oluşur. Bu da kavramların çoklu temsillerini ortaya çıkarma fırsatı verir. Cebirsel olarak yazılan matematiksel komutların geometrik karşılığını gözlemlemenin yanında dinamik olarak “sürüklenme” teknolojisi ile değiştirilebilen geometrik nesnelere cebirsel karşılığını da gözlemlemek mümkündür.

- **Türkçe olarak kullanılabilir.**

GeoGebra, tamamen gönüllük esasına göre 40’ın üzerinde dile çevrilmiştir. Bu diller arasında Türkçe de bulunmaktadır. GeoGebra’yı dilimize matematik eğitimcileri Mustafa DOĞAN, Erol KARAKIRIK ve Süleyman CENGİZ çevirmiştir.

Bu özellikleri ile GeoGebra, ülkemiz eğitim sistemi içinde yoğun ve yaygın olarak yararlanılabilir potansiyeline sahiptir.

1.3 Uluslar arası GeoGebra Topluluğu ve Türkiye’de GeoGebra

GeoGebra’nın kullanımı için öğretmen ve araştırmacılara ücretsiz olarak destek sağlamak, GeoGebra’nın teknik gelişiminde süreklilik sağlamak, GeoGebra’yı taban alan araştırmalar arasındaki koordinasyonu sağlamak amacı ile Uluslararası GeoGebra Enstitüsü (UGE) kurulmuştur. 07-08 Mayıs 2008 tarihlerinde Cambridge Üniversitesi Eğitim Fakültesinde Uluslararası GeoGebra Enstitüsü (UGE)’nin ilk toplantısı gerçekleştirilmiş ve bu toplantıda enstitünün vizyonu, yapısı, amaçları ve yerel GeoGebra Enstitüleri (YGE)’nin amaçları tartışılmıştır. UGE’nin amacı, konuma bakılmaksızın matematik öğrenme ve öğretmeyi aşağıdaki aktivitelerin koordinasyonu ve desteklenmesiyle arttırmaktır (Hohenwarter, Lavicza, 2007).

1. Ticari bir kaygı taşımadan öğretmenler ve öğrenciler için ücretsiz yazılım sunmak.
2. GeoGebra’nın kapasitesini ve kolay kullanımını öğretmen ve araştırmacılardan gelen dönütleri taban olarak arttırmak.
3. Öğretim materyalleri, profesyonel gelişim ve ücretsiz çalıştaylar sunmak.
4. UGE, konferanslar ve yerel okullarda GeoGebra ile ilgili aktiviteler içinde bulunmayı arzulayan öğretmenlere eğitim ve destek için bir organizasyon geliştirmek.
5. GeoGebra’yla ilgili araştırma projeleri düzenlemek, desteklemek ve GeoGebra’nın herhangi bir yönüne katkı sağlamayı amaçlayan araştırmacılar arasındaki ağı büyütmek.

UGE’sü Türkiye’de anlaşıldığı şekilde bir enstitü olmaktan çok bir çalışma topluluğu olarak düşünülebilir. UGE’nin web sitesi bu projenin merkezidir (www.geogebra.org/IGI). Bu sitede enstitü hakkında bilgilere, UGE çalışanlarına ve UGE aktivitelerine yer verilmektedir. Uluslararası GeoGebra Enstitüsü’ne bağlı olma kaydı ile farklı ülkelerde farklı yerel GeoGebra Enstitüleri (yGE) de kurulmuştur. Bu çalışmanın yazım tarihi itibari ile Arjantin, Avusturya, Brezilya, Kanada, Danimarka, Macaristan, İran, Makedonya, Hollanda, Norveç, Polonya, Portekiz, Romanya, Slovakya, Güney Afrika, İspanya, Türkiye, İngiltere ve Amerika’da yGE kurulmuştur. yGE’lerinin adresleri UGE’nin ana sayfasında belirtilmiştir. Türkiye’de Ankara GeoGebra Enstitüsü ve İstanbul GeoCebir Enstitüsü olmak üzere iki yerel GeoGebra enstitüsü kurulmuştur. Ankara GeoGebra Enstitüsü’ne, www.ankarageogebra.org adresinden, İstanbul GeoCebir Enstitüsü’ne ise www.geocebir.org adresinden ulaşılabilir. Türkiye’deki GeoGebra enstitülerinden biri olan Ankara GeoGebra Enstitüsü’nün amaçlarını;

“Ankara GeoGebra Enstitüsü yoluyla ilköğretim, ortaöğretim ve yükseköğretim öğrenci ve öğretmenlerine öğretim ortamlarında

kullanılmak üzere Türkçe öğretim materyalleri, profesyonel gelişim ve ücretsiz çalıştaylar sunulması amaçlanmaktadır. Bu Enstitü, GeoGebra ve GeoGebra'nın matematik eğitime olan etkileri üzerine yapılacak olan çalışmalarda etkin bir rol oynayacak ve araştırmacılar arasındaki iletişimi sağlayacak bir yapı oluşturulacaktır.”

Şeklinde belirtmişlerdir (www.ankarageogebra.org).

Kaynaklar:

- Güven, B. (2002). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Keşfederek Geometri Öğrenme, *Yüksek Lisans Tezi*.
- Güven, B., Karataş, İ. (2003). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri İle Geometri Öğrenme: Öğrenci görüşleri, *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, Volume 2, Issue 2, www.tojet.sakarya.edu.tr.
- Hohenwarter, M., Jones, K., (2007). Ways of Linking Geometry and Algebra: The Case of GeoGebra, *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27,3, November 2007.
- Hohenwarter, M., Lavicza, Z. (2007). Mathematics Teacher Development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute, *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27,3, November 2007.
- MEB (2005a), İlköğretim Matematik Dersi (1- 5. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara Devlet Kitapları Basımevi.
- MEB (2005b), İlköğretim Matematik Dersi (6- 8. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara Devlet Kitapları Basımevi.
- Mistretta,R.M.(2000). Enhancing Geometric Reasoning, *Adolescence*, 35(138). 365-379.
- Preiner, J., (2008). Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teacher: the Case of GeoGebra. *Dissertation in Mathematics Education*, University of Salzburg.

2. GeoGebra'yı Kullanmaya Hazırlık

2.1 GeoGebra'ya Ulaşma

GeoGebra, Geometri ile Cebiri keşfetmek ve görselleştirmek için kullanılan bir dinamik matematik yazılımıdır. Diğer benzer dinamik geometri yazılımlarından (The Geometer's Sketchpad, Cabri, vd.) farkı açık kaynak kodlu ve ücretsiz olarak erişilebilen bir yazılım olmasıdır. Windows, Mac OS X, Linux ve diğer java tabanlı platformlarda kullanımı için sürümleri mevcuttur. GeoGebra'ya <http://www.geogebra.org> web sayfasının menüsünde yer alan Webstart veya İndir menüsünden ulaşabilirsiniz. Webstart seçeneği bilgisayarınız gerekli olan java dosyalarını da indirerek yazılımı hemen kullanmanıza imkân sağlar. Bir diğer avantajı ise yazılım ile ilgili güncellemeleri otomatik olarak bulup kurar. İndir seçeneği ise yazılımın kurulum dosyasını bilgisayarınıza indirme imkânı verir. Yazılımı internet bağlantısı olmadan da bilgisayarınızda kullanmaya devam edebilirsiniz.


2.2 Yazılımı Kurma

Yazılımın kurulumu oldukça kolaydır. Windows veya diğer işletim sistemlerini kullandığınız bilgisayara yazılımın kurulum dosyasını indirdikten sonra çift tıklayınız. Kurulum penceresi sizi yönlendirerek yazılımı kurmanıza yardımcı olacaktır. Kurulum için tipik seçeneğini seçmeniz yeterli olacaktır.

2.2.1 Kurulum İçin Gerekli Dosyalar

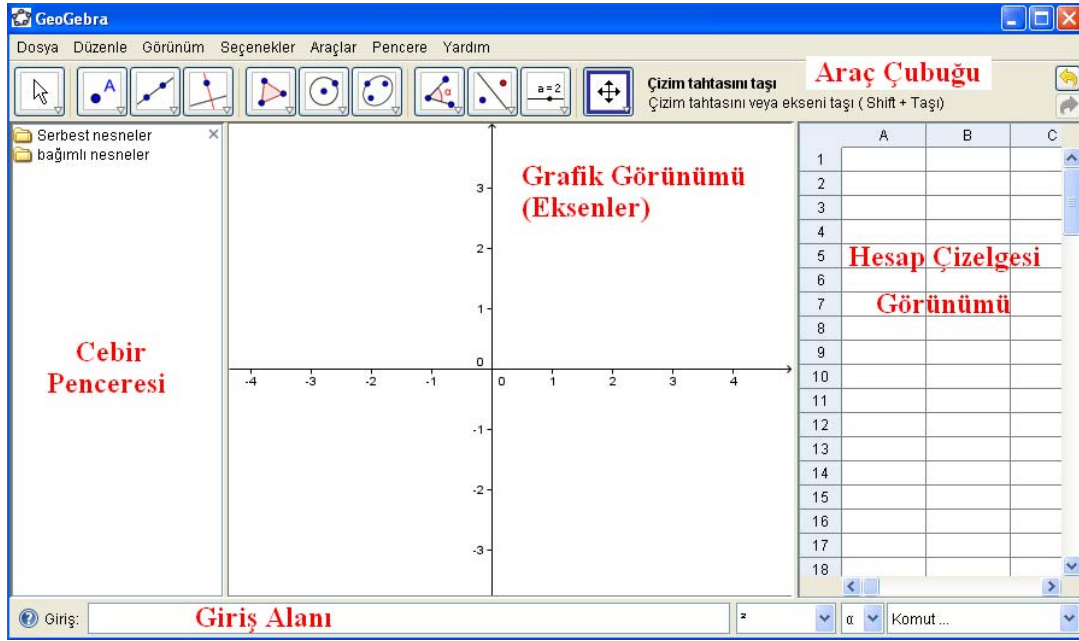
GeoGebra bir Java uygulamasıdır. Bilgisayarınızda Java'nın en azından 1.4.2 sürümünün yüklü olması gerekmektedir. İşletim sisteminiz Windows veya Linux ise Sun'ın Java sitesine <http://www.java.com/tr/download/index.jsp> adresinden ulaşabilirsiniz. Mac kullanıyorsanız Apple'ın <http://developer.apple.com/java/> sitesinden ulaşabilirsiniz.

2.2.2 GeoGebra'yı Çalıştırma

GeoGebra'yı çalıştırmak için kurulum sonrası masaüstünde oluşan GeoGebra ikonuna  çift tıklayarak yazılımı çalıştırabilirsiniz.

3. GeoGebra'ya Giriş

Dinamik Matematik yazılımı olan GeoGebra matematiksel nesnelerin üç farklı görünümünü bizlere sunmaktadır: *Grafik* penceresi, *Cebir* penceresi ve *Hesap Çizelgesi* penceresi. Bu pencereler bize matematiksel nesnelere üç farklı gösterimde sunmaya imkân sağlar: grafiksel gösterim (örneğin, noktalar, fonksiyon grafikleri), cebirsel gösterim (örneğin, noktaların koordinatları, denklemler) ve hesap çizelgesi hücreleri. GeoGebra'da oluşturulan matematiksel nesnelerin bu üç farklı gösterimleri dinamik olarak birbirine bağlıdır yani nesne üzerinde bu üç gösterimden birinde herhangi bir değişiklik yapıldığında nesnenin diğer gösterimlerinde de yapılan değişiklikler aynı anda meydana gelmektedir.



3.1 Geometrik İnşalar

Araç çubuğundaki inşa araçlarını kullanarak fare yardımı ile *Grafik görünümünde* (Eksenler) geometrik inşalar yapabilirsiniz. İnşa araçlarından herhangi birini seçtiğinizde araç çubuğunun en sağında seçtiğiniz komutu kullanma ile ilgili yardımı bulabilirsiniz. Burada kısaca komutun ismini ve komutu nasıl kullanmanız gerektiği ile ilgili size kısa bir bilgi verilmektedir. Grafik penceresinde oluşturduğunuz herhangi bir nesnenin cebirsel gösterimini *Cebir penceresinde* görebilirsiniz.

Grafik penceresinde oluşturduğunuz nesnelere fare yardımı ile sürükleyerek istediğiniz gibi hareket ettirebilirsiniz. Bu hareket sırasında nesnenin *Cebir penceresindeki* cebirsel gösterimi de eş zamanlı olarak değişecektir.

Araç çubuğundaki her bir ikon benzer inşa araçlarını alt menüsünde bulundurmaktadır. Bu ikonların sağ alt köşesindeki oklara tıkladığınızda alt menülerdeki araçları görebilirsiniz. Seçtiğiniz araç, araç çubuğunda aktif duruma gelecektir.

İpucu: Alt menüler oluşturulurken inşa araçlarının sonucunda oluşan nesnelerin özellikleri dikkate alınmıştır. *Nokta araç çubuğunda* (\bullet^A ikonu) farklı türden noktalar oluşturan araçları bulacaksınız. *Dönüşümler araç çubuğunda* (\cdot/\cdot ikonu) geometrik dönüşümleri uygulamanıza imkân verecek araçları bulabileceksiniz.

3.2 Cebirsel Giriş ve Komutlar

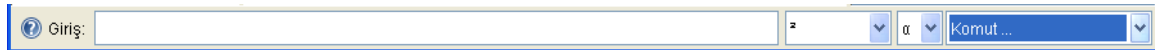
GeoGebra'da *Giriş alanına* direkt olarak cebirsel ifadeler girebilirsiniz. Enter tuşuna basarak cebirsel olarak girdiğiniz ifade *Cebir penceresinde* oluşturulurken *Grafik penceresinde* de grafiksel gösterimi otomatik olarak oluşturulur. Örneğin $f(x) = x^2$ girişi *Cebir penceresinde* f fonksiyonunu ve *Grafik penceresinde* fonksiyonun grafiğini size verecektir.

Cebir penceresinde matematiksel nesnelere **serbest** veya **bağımlı** nesnelere olarak düzenlenmektedir. Eğer yeni bir nesneyi var olan diğer nesnelere kullanmadan inşa ederseniz GeoGebra oluşturduğunuz nesneyi serbest nesne olarak sınıflandıracaktır. Eğer oluşturduğunuz yeni nesneyi var olan diğer nesnelere kullanarak inşa ederseniz, oluşturduğunuz nesneyi bağımlı nesne olarak sınıflandıracaktır.

İpucu: *Cebir penceresindeki* bir nesnenin cebirsel gösterimini saklamak isterseniz bu nesneyi yardımcı nesne olarak işaretleyiniz. Cebir penceresinde saklamak istediğiniz nesnenin üzerine gelip sağ tıklayarak (MacOs işletim sisteminde $\text{Kntrl} + \text{tıklama}$) çıkan menüden özellikleri seçin ve "Yardımcı nesne" kutusunu işaretleyin.

Cebir penceresinde nesnelere üzerinde değişiklikler yapabilirsiniz: *Cebir penceresindeki* bir **serbest nesnenin** üzerine çift tıklamadan önce \rightarrow *Taşı* aracını aktif hale getirmeyi unutmayınız. *Cebir penceresinde* nesnenin cebirsel gösterimine çift tıklayarak cebirsel gösteriminde gerekli değişiklikleri klavyeden yapabilirsiniz. Değişikliği yaptıktan sonra enter tuşuna bastığınızda *Grafik penceresinde* de nesnedeki değişiklikler eş zamanlı olarak GeoGebra tarafından uygulanacaktır. Eğer *Cebir penceresindeki* **bağımlı nesne**de değişiklik yapacak olursanız nesneyi yeniden tanımlamanıza yardım olacak bir diyalog penceresi açılacaktır.

Aynı zamanda GeoGebra *Giriş alanından* girilebilecek birçok **komutu** da sahiptir. Giriş alanının en sağında yer alan "Komut" butonuna tıkladığınızda komutların listesine ulaşabilirsiniz. Bu listedeki bir komutu seçtiğinizde (veya komutu biliyorsanız kendiniz *Giriş alanına* direkt yazdığınızda) $F1$ tuşuna basarak seçtiğiniz komutun nasıl kullanıldığına dair yardım alabilirsiniz.

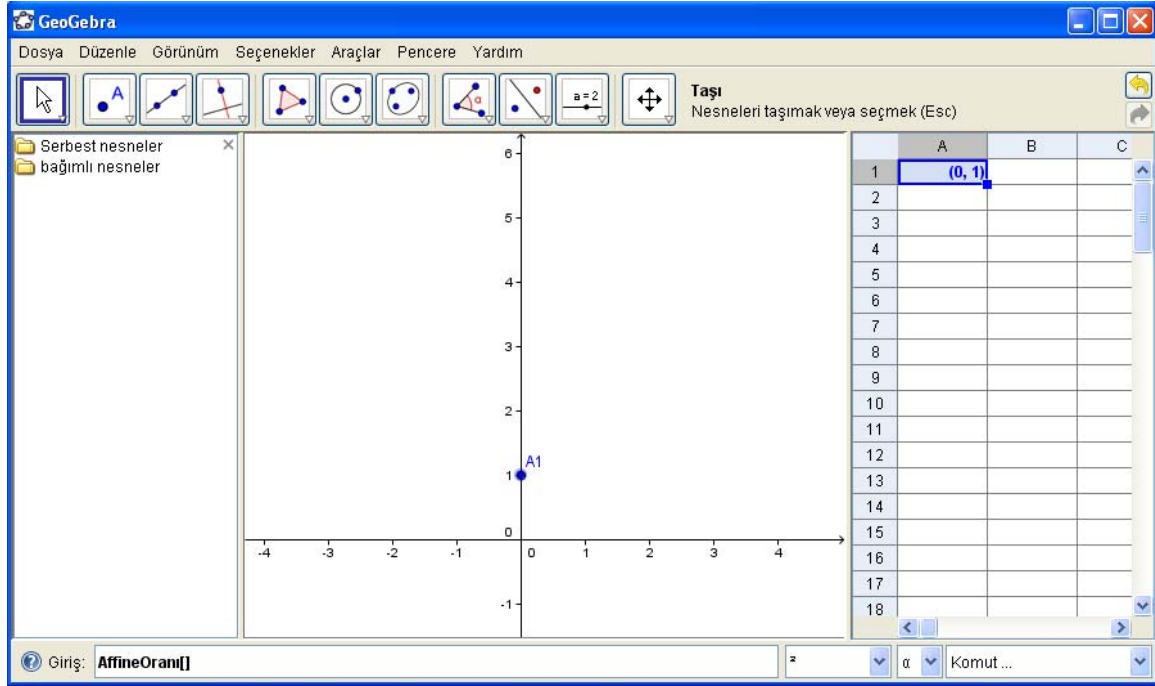


3.3 Hesap Çizelgesi Girişleri

GeoGebra'nın *Hesap Çizelgesi* görünümünde çalışmak istediğiniz hücredeki veriyi kullanmanıza yardımcı olmak amacıyla her hücrenin belirli bir kodu vardır. Örneğin A sütunu ve satır 1 deki hücrenin kodu $A1$ dir.

İpucu: Bu hücre isimlerini ifadeler ve komutlar içinde kullanarak karşılık gelen hücredeki verileri kullanabilirsiniz.

Hesap çizelgesindeki hücrelere sayılar haricinde GeoGebra tarafından desteklenen bütün matematiksel ifadeleri (örneğin, noktaların koordinatları, fonksiyon, komutlar) girebilirsiniz. Hesap Çizelgesinin hücrelerine girdiğiniz nesnenin grafiksel gösterimini GeoGebra hemen *Grafik penceresinde* gösterecektir. *Grafik penceresindeki* gösterimde nesnenin ismi hücre kodu ile gösterilmektedir (Aşağıdaki örnekte $A1$ hücrene girilen koordinat bilgileri *Grafik penceresinde* $A1$ noktası olarak gösterilmektedir).



Not: Hesap Çizelgesindeki nesnelere *Cebir penceresinde* yardımcı nesnelere olarak sınıflandırılmaktadır. Bu yardımcı nesnelere için *Görünüm* menüsündeki “Yardımcı nesnelere” i seçerek gösterebilir veya saklayabilirsiniz.

3.4 Kullanıcı Arayüzünü ve Araç Çubuğunu Özelleştirme

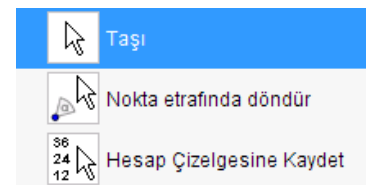
GeoGebra'nın kullanıcı arayüzünü *Görünüm* menüsünden tercihlerinize özelleştirebilirsiniz. Örneğin, arayüzün farklı kısımlarını *Görünüm* menüsünde karşılık gelen menü bileşeninin karşısındaki işareti kaldırarak gizleyebilirsiniz (örneğin, *Cebir penceresini*).

Araç çubuğunu *Araçlar* menüsündeki “Araç çubuğunu özelleştir”i seçerek özelleştirebilirsiniz. Açılan pencerenin sol tarafındaki bölümde yer alan araç kutusu/araçlardan çıkarmak istediklerinizi seçerek “Kaldır” düğmesi ile araç çubuğundan kaldırabilirsiniz. Araç çubuğunu eski haline döndürmek istediğinizde açılan pencerenin sol alt köşesinde yer alan “Araç çubuğunu eski haline döndür” düğmesine tıklayabilirsiniz.

3.5 GeoGebra'nın Araç Çubuklarını Tanıyalım

3.5.1 Taşı

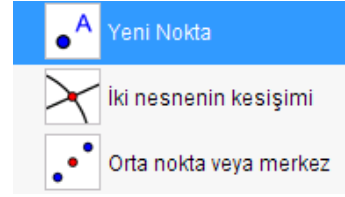
- Bu aracın alt menüsünde yer alan ilk düğme daha önceden çizdiğiniz nesneyi seçmenize ve çizim alanı içerisinde hareket ettirmenize yardımcı olur.
- İkinci düğme ise çizim alanındaki bir noktayı dönme merkezi olarak seçmenize ve çizim alanındaki herhangi bir nesneyi bu nokta etrafında döndürmenize yardımcı olur.
- Son düğme ise çizim alanındaki herhangi bir nesneyi seçip bu nesnenin koordinatlarını Hesap Çizelgesi penceresinde gösterir (Menüde yer alan *Görünüm* menüsünden Hesap Çizelgesini aktif hale getirmeniz gerekmektedir.). Nesneyi daha sonra *Taşı* düğmesi ile taşıyıp tekrar bu düğmeye tıklayarak yeni koordinatları Hesap Çizelgesine aktarabilirsiniz.



3.5.2 Yeni Nokta

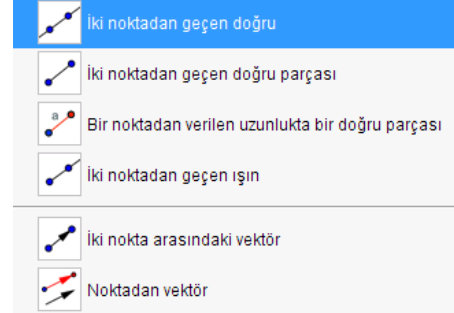
Sonraki aracın alt menüsünde yer alan üç düğme farklı türde noktalar inşa etmede kullanılır.

- İlk düğme çizim alanında herhangi yere bir nokta yerleştirmenize imkân sağlar.
- İkinci düğme ise çizim alanındaki iki eğriyi seçerek bu iki eğrinin kesim noktalarını işaretlemenize yardımcı olur.
- Üçüncü düğme bir doğru parçasının orta noktasını bulmanıza yardımcı olur. Bunun için doğru parçasını veya doğru parçasının uç noktalarını seçmeniz yeterlidir.



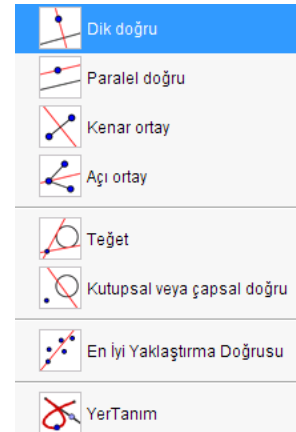
3.5.3 İki Noktadan Geçen Doğru

- Bu aracın alt menüsünde altı farklı düğme vardır. Bunlar değişik türde doğrular ve vektörler çizmeye yardımcı olurlar.
- İlk düğme seçilen iki doğrudan geçen sonsuz bir doğru çizer.
- İkinci düğme seçilen iki nokta arasında bir doğru parçası çizer.
- Üçüncü düğme belirli bir noktadan başlayan verilen bir uzunluktaki bir doğru parçasını çizer.
- Dördüncü düğme iki noktadan geçen ışını çizer.
- Beşinci düğme iki nokta arasında bir vektör çizer.
- Altıncı düğme çizim alanında verilen bir vektöre dışındaki bir noktadan geçen bu vektöre paralel olan vektörü oluşturur.



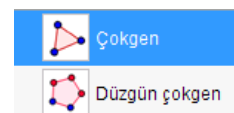
3.5.4 Dik doğru

- Dik doğru aracında altı düğme yer almaktadır. Bu düğmeler yardımcı ile belirli doğru tipleri çizmenize yardımcı olur.
- İlk düğme verilen bir doğruya dik bir doğru çizmeye imkan verir.
- İkinci düğme daha önceden inşa edilmiş bir doğruya dışındaki bir noktadan geçen paralel bir doğru çizer.
- Üçüncü düğme, Kenar Ortay, bir doğru parçasını ortalayan doğruyu çizer.
- Dördüncü düğme daha önceden inşa edilen bir açının açıortayını çizer.
- Beşinci düğme bir çembere, bir koniğe veya daha önceden tanımlanmış bir fonksiyonun eğrisine teğet doğrusunu çizer.
- Altıncı düğme ise kutupsal veya çapsal doğru çizer.
- Yedinci düğme verilen noktalara en iyi yaklaştırma doğrusunu çizer.
- Son düğme ise daha önceden yer alan bir A noktasına bağımlı olarak oluşturulan B noktasının A noktasına göre konumunu belirtir. Düğmeye tıkladıktan sonra ilkönce B noktasını daha sonra A noktasını seçerek B noktasının A noktasına göre konumunu belirleyebilirsiniz.



3.5.5 Çokgen

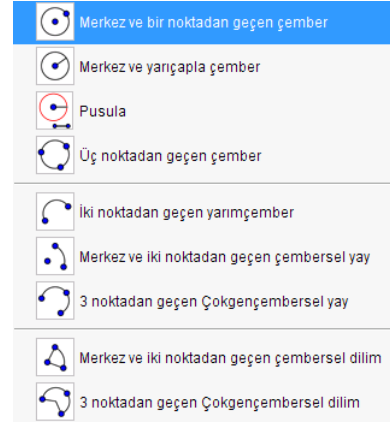
- Bu menüdeki ilk araç kapalı bir çokgeni çizmenize yardımcı olur.
- İkinci düğme ise düzgün çokgen çizer. Bunun için ilk önce düzgün



çokgenin kenar uzunluğunu belirten iki köşe noktasını işaretlemeniz gerekir, daha sonra açılan pencerede çokgenin kaç kenarlı olduğunu belirtir.

3.5.6 Merkez ve bir noktadan geçen çember

- Bu menüde yer alan düğmeler çember, yay, çembersel dilim ve konik çizmek için kullanılıyor
- İlk düğme ile verilen bir noktayı veya boşluğa tıklayarak elde edilen bir noktayı merkez kabul eden bir çemberi çizmeye yarar.
- İkinci düğme merkez ve yarıçap girilerek çember çizmeye yardımcı olur. Merkez olarak kabul edilen bir noktayı seçtikten sonra açılan pencerede çemberin yarıçapı girilerek çember elde edilir.
- Üçüncü düğme seçilen üç noktadan geçen çemberi inşa eder.
- Dördüncü düğme iki noktadan geçen yarım çemberi çizmeye yardımcı olur. Bunun için çapın uzunluğunu belirtmek için iki farklı nokta seçerek yarım çemberi elde edersiniz.
- Beşinci düğme merkez ve iki noktadan geçen çembersel yayı çizer. İlk önce çemberin merkezi olacak nokta inşa edilir. Daha sonra yayın ilk noktası oluşturulur. Eğer fareyi saat yönünün tersinde hareket ettirirseniz çembersel yayın inşa edileceğini göreceksiniz. Tekrar tıkladığınızda yay tamamlanacaktır.
- Altıncı düğme herhengi üç noktadan geçen çembersel yayı çizer. Bunun için üç farklı nokta belirlenir ve bu noktalardan geçen çembersel yay elde edilir.
- Yedinci ve sekizinci düğmeler beşinci ve altıncı düğmelerdeki işlevleri çembersel dilimler için yapar.



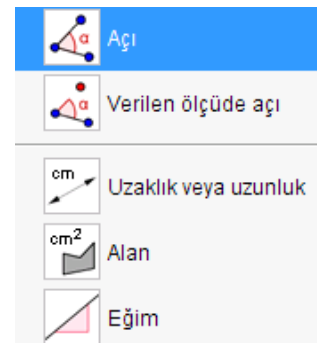
3.5.7 Elips

- Bu düğmedeki ilk üç düğme işaretlenecek noktalardan geçen sırası ile elips, hiperbol ve parabol oluşturmaya yardımcı olur.
- Son düğme ise seçeceğiniz beş noktadan geçen koniği inşa eder.



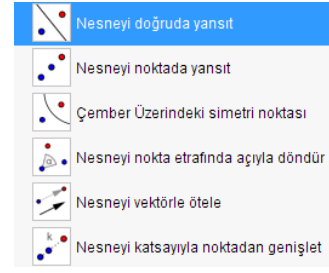
3.5.8 Açı

- Bu araçta yer alan düğmeler genelde ölçme ile ilgilidir.
- İlk düğme üç nokta arasındaki açıyı inşa etme ve ölçüsünü belirlemeye yarar.
- İkinci düğme verilen bir ölçüdeki açıyı çizer. Bu düğmeye ilk tıkladığınızda açının bir noktasını, ikinci tıklamanızda açının köşe noktasını oluşturur ve bir pencere açılarak sizden açı ölçüsünü ister.
- Üçüncü düğmenin birçok fonksiyonu vardır. Daha önceden verilen iki noktayı seçerek bu iki nokta arasındaki uzaklığı ölçebilirsiniz. Bir doğru parçasının uzunluğunu ölçebilirsiniz.
- Dördüncü düğme bir çokgen, çember veya koniğin alanını ölçer.
- Beşinci düğme ise seçilen bir doğrunun veya doğru parçasının eğimini belirler.



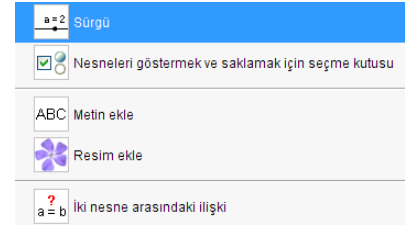
3.5.9 Nesneyi doğrudan yansıt

- Bu araçta yer alan düğmeler geometrik dönüşümler ile ilgilidir.
- İlk düğme nesneyi doğruya göre yansıtır. Bunun için simetri doğrusunu ve nesneyi seçmeniz yeterlidir.
- İkinci düğme ise ilk düğmenin yaptığı işlemi nokta için yapar.
- Sonraki düğme seçilen bir nesnenin çembere göre simetriğini alır.
- Dördüncü düğme dönme merkezi olarak bir noktayı ve nesneyi seçtikten sonra açılan pencerede döndürme açısını sizden ister. Ölçüyü girdikten sonra seçilen nokta etrafında verilen ölçüde nesneyi döndürür. Döndürürken aksini belirtmedikçe saat yönünün tersinde döndürme yapılmaktadır.
- Beşinci düğme ise nesneyi verilen bir vektör boyunca öteler.
- Son düğme ise verilen bir nesneyi seçtikten sonra, genişletme için referans alınacak merkez nokta ve daha sonra açılan pencerede genişletme oranını sizden ister.



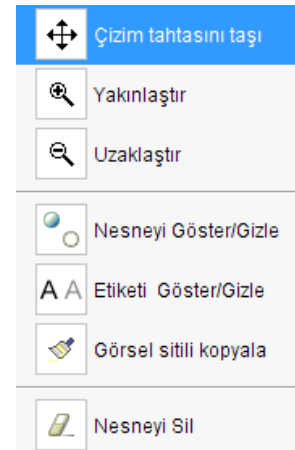
3.5.10 Sürgü

- Sürgü isimli düğme dinamik çalışma sayfalarında değiştirilebilir değişkenleri inşa etmek için kullanılır.
- İkinci düğme grafik penceresinde gösterilmesini istemediğiniz nesnelere saklayıp göstermek için kullanılır.
- Metin ekle düğmesi grafik penceresinde herhangi bir yere metin eklemek için kullanılır. Bu düğmeyi seçtikten sonra grafik penceresinde bir yere tıkladığınızda metin kutusu açılacaktır. Bu pencerede Yunan alfabesindeki harfleri eklemeniz için α işareti içeren bir seçenek sunar.
- Resim ekle düğmesi çalışma sayfasına resim eklemenize yardımcı olur. Bu düğmeyi seçtikten sonra grafik penceresinde bir yere tıkladığınızda bir pencere açılacaktır. Açılan pencereden eklemek istediğiniz resmi bularak Grafik penceresine taşıyabilirsiniz.
- Son düğme ise seçilen iki nesne arasındaki ilişkiyi nesnelere seçtikten sonra açılan pencerede gösterir.



3.5.11 Çizim tahtasını taşı

- İlk düğme çizim tahtasını taşımanıza yardımcı olur.
- İkinci ve üçüncü düğme çiziminizi büyütme ve küçültme imkânı verir.
- Dördüncü düğme Grafik penceresindeki nesnelere saklayıp gösterebilirsiniz. Düğmeyi seçtikten sonra gizlemek istediğiniz nesneyi seçerek başka bir düğmeye tıkladığınızda seçtiğiniz nesne gizlenecektir. Tekrar bu düğmeye bastığınızda nesneyi göstermesini sağlayabilirsiniz.
- Beşinci düğme daha önceden oluşturduğunuz bir nesnede biçimsel olarak yaptığınız değişikliklerin aynısını daha sonra oluşturduğunuz yeni nesneye uygulamanıza yardımcı olur.




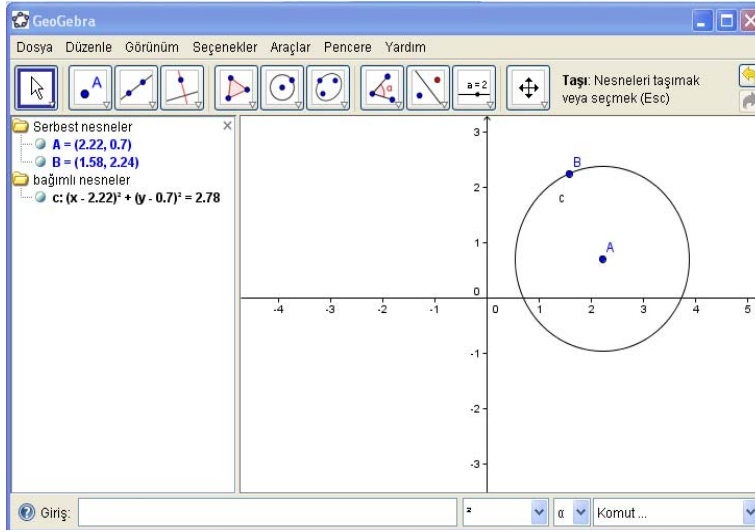
4. ETKİNLİK ÖRNEKLERİ

Aşağıdaki etkinlikler, GeoGebra'nın çeşitli kullanım özellikleri aşamalı olarak bünyesinde barındıracak şekilde sıralanmaya çalışılmıştır. Etkinlikler sırasında GeoGebra'nın teknik özellikleri yanında üretilen etkinliğin matematik eğitimi yönünden analiz edilmesi de dikkate alınmıştır. Etkinlikle çalışma sayfası formatında hazırlanmıştır. Boş bırakılan yerleri doldurabilir ya da sadece arkadaşlarınızla tartışma ile yetinebilirsiniz.

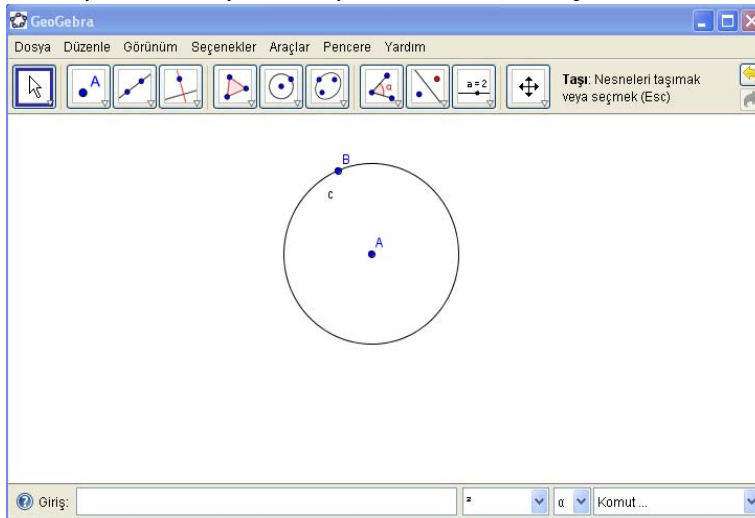
4.1 Çemberde Açı ve Uzunluklar



GeoGebra programını açınız.

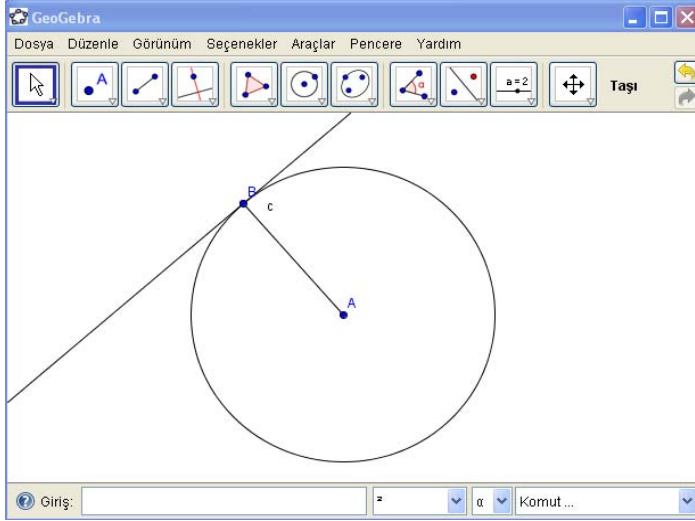
- Üstteki araçlar menüsünden “ **merkez ve bir noktadan geçen çember**” seçeneğini seçerek bir Çember oluşturunuz. A merkezli ve B noktasından geçen bir çemberiniz olacak.




- Bu etkinlikte sol taraftaki cebir penceresinden ve çizim tahtasındaki koordinat eksenlerinden yararlanmayacağımız için cebir penceresini kapatalım. Çizim tahtasının üzerinde sağ tuşa tıklayarak “**eksenler**” seçeneğindeki onay işaretini kaldıralım. Bu sayede daha yalın bir pencere elde etmiş olacaksınız.

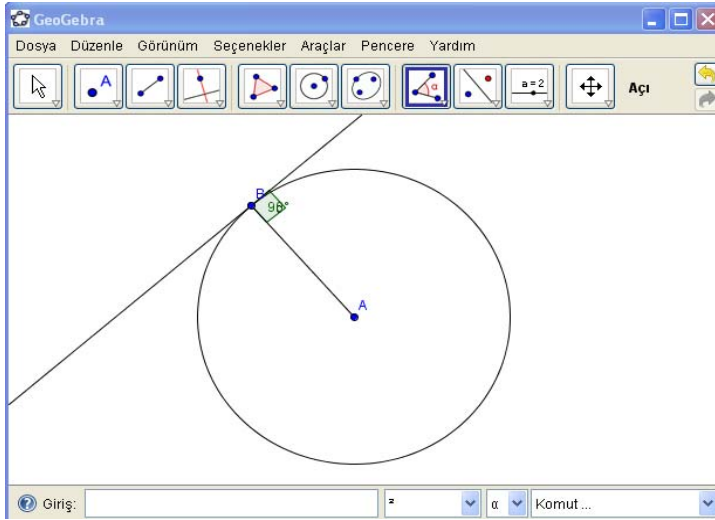



- B noktası ile çemberin merkezini birleştiren bir doğru parçası çiziniz. Bunu, araçlar menüsünden “ **doğru parçası**” seçeneğini seçtikten sonra B ve A noktalarını tıklayarak yapabilirsiniz.
- Şimdi, “ **dik doğru**” seçeneğini seçip çemberin üzerindeki B noktasını ve oluşturduğunuz doğru parçasını tıklayarak doğru parçasına dik bir doğru oluşturun.

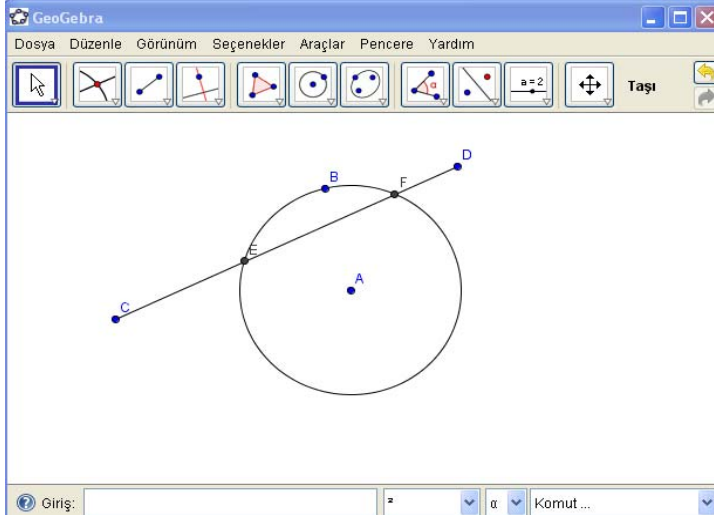


- B noktasını sürükleyebilirsiniz. Bu dinamik ortamdan öğrencilerinizin nasıl yararlanabileceğini ve öğrencileriniz neleri gözlemlemeleri gerektiğini yazınız.


- Arzu ederseniz, araçlar menüsünden “açı” seçeneğini tıklayıp BA doğru parçası ve sonradan elde ettiğiniz doğruyu seçerek ikisi arasındaki açının ölçüsünü görüntüleyebilirsiniz.

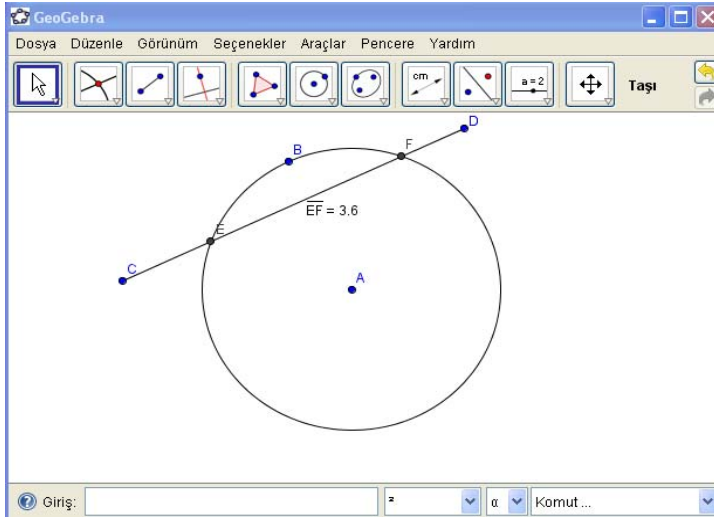


- Yeni bir pencere açınız. Önceki etkinlikte yaptığınız gibi bir çember oluşturunuz. Bilgisayarınızın isimlendirmesine göre değişebilen A merkezli ve B noktasından geçen bir çember olacaktır.
- Çemberi 2 noktadan kesen bir CD doğru parçası çiziniz.
- Çember ile doğru parçasının kesişme noktalarını belirleyiniz. Bunun için araçlar menüsünden “iki nesnenin kesişimi” seçeneğini seçip çember ve doğru parçasını arka arkaya seçmeniz yeterlidir. GeoGebra otomatik olarak kesişim noktalarını koyacaktır. Örneğimizde E ve F noktaları.

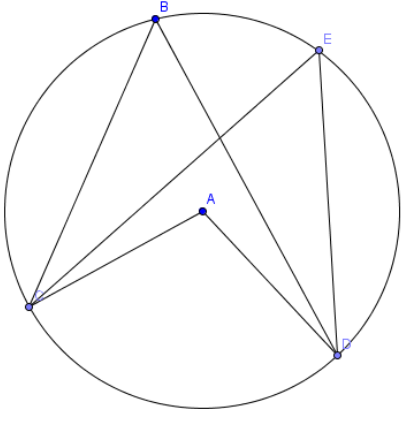


Elde ettiğiniz şekilde, CD doğru parçasını sürüklemeniz öğrencilerinize neleri keşfetmelerine sebep olur? Yazınız;

- E ve F noktaları arası uzaklığı ölçüp aynı etkinliği tekrarlayabilirsiniz. (“ **uzunluk veya uzaklık**” seçeneğini seçip sırayla E ve F noktalarını tıklayınız).



- Yeni bir sayfa açınız ve aşağıdaki şekli GeoGebra ortamında oluşturunuz.



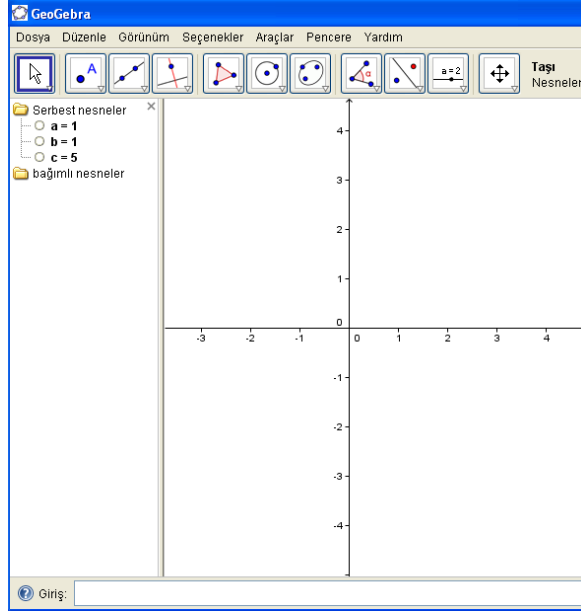
- Eğer şekli doğru oluşturduysanız, çember üzerindeki noktaları hareket ettirebilmelisiniz. Bu noktaları hareket ettirebilmek öğrencilerinizin neleri keşfetmesine imkân tanır? Yazınız.

- Bu şekli daha görsel hale getirmek ve öğrencilerinizin denemelerini kontrol etmelerine fırsat vermek için GeoGebra'dan nasıl faydalanabilirsiniz? Grubunuzla tartışıp çalışmanızı tamamlayınız.

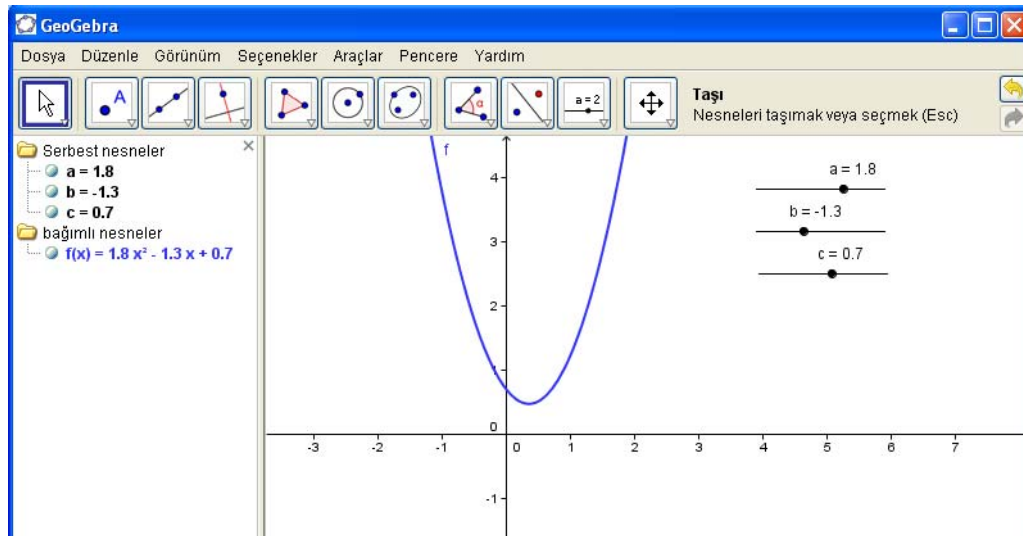
4.2 Parabolün denklemleri ile eğrisi arasındaki ilişki

Bu çalışmada, Denklemi $y = ax^2 + bx + c$ şeklinde tanımlanan eğrinin a, b, c katsayılarına göre nasıl değiştiğini irdedeceğiz.

- Öncelikle a, b ve c isimli serbest değişkenler oluşturalım. Bu nesneye GeoGebra’da sürgü adı verilir. GeoGebra’da sürgü oluşturmanın farklı yöntemleri vardır. En pratik yöntem aşağıda verilmiştir.
 - Giriş çubuğuna a=1 yazın ve “Enter” tuşuna basın. Verdiğiniz değer oluşturduğunuz değişken için bir başlangıç değeri olacak ve bu değer varsayılan olarak -5 ile 5 arasında değiştirilebilecektir. Aynı şekilde b ve c değişkenlerini de oluşturun. Aşağıdaki gibi bir yapı elde edeceksiniz.



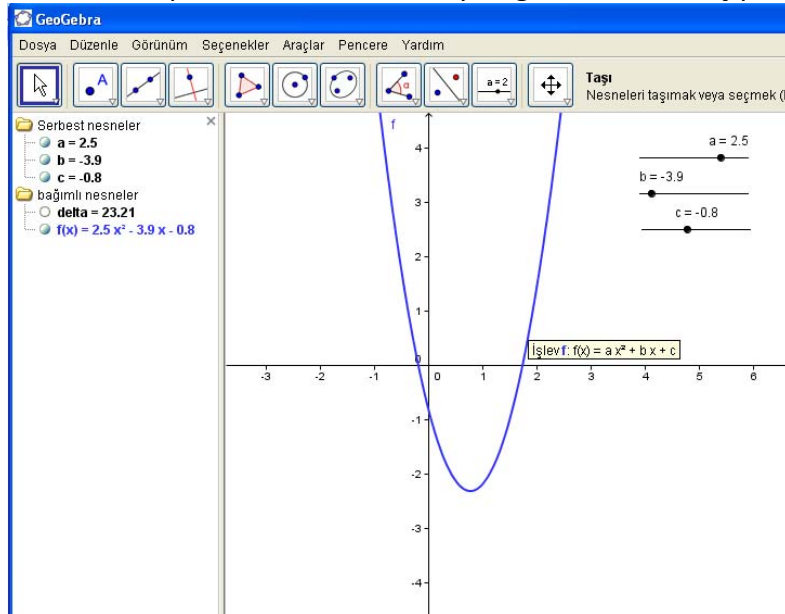
- Sürgülerin çizim alanında görünmesini sağlamak için cebir penceresindeki ilgili değişkenin yanındaki \odot işaretine tıklayınız. Çizim alanında elde ettiğiniz sürgülerin üzerindeki noktaları kaydırarak değişkenleri kontrol edebilirsiniz.
- Şimdi giriş alanı yardımı ile “ $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ” cebirsel ifadesini giriniz. Bu yolla GeoGebra daha önce belirlediğiniz a, b ve c değişkenlerini katsayı olarak kullanarak $y = ax^2 + bx + c$ denkleminin temsil ettiği eğriyi çizecektir.



- Yukarıdaki şekilde çizim alanında gördüğümüz mavi eğriye, a, b, c sürgülerine ve cebir penceresindeki mavi renkli $f(x)$ fonksiyonuna dikkat ediniz. Sürgülerini değiştirdikçe hem denklem hem de eğri dinamik olarak değişecektir.

- Bu uygulama sayesinde parabolün denklemi ve eğrisi arasındaki hangi ilişkileri görselleştirme fırsatı kazandınız. Öğrencilerinize neleri gözlemlenmelerini önerirsiniz? Yazınız.

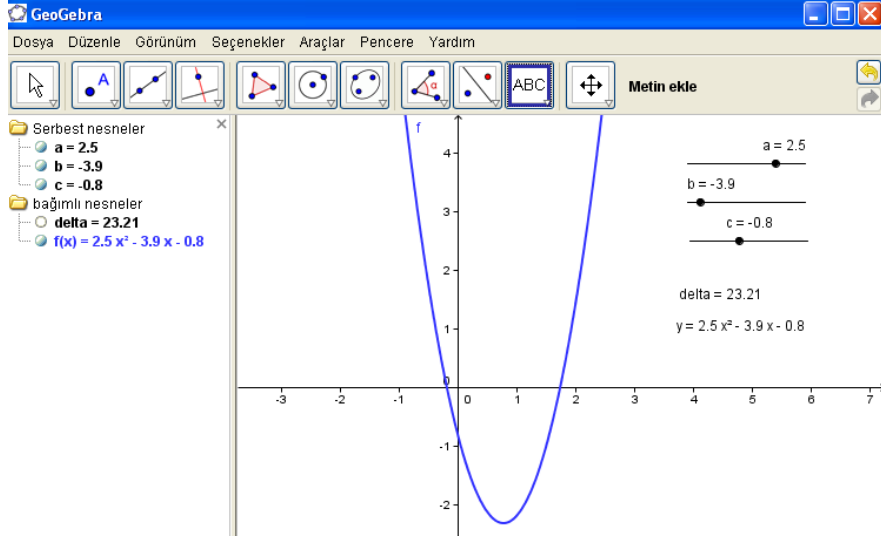
- **Diskriminant ile parabol arasındaki ilişkileri incelemeye yönelik bir öneri:**
 - Sürgüler ile oynarken bazen parabolün x eksenini kesmediğini gözlemleyen öğrencilerinize “hangi durumlarda parabolün x-eksenini kesmeyeceğini” sorunuz.
 - Parabolün (genel anlamda tüm eğrilerin) x-eksenini kestiği noktaların eğriyi temsil eden denklemi 0’a eşitleyen denklemin kökleri olduğunu hatırlamalarını (fark etmelerini) sağladıktan sonra sizin eşliğinizde kareye tamamlama gibi yöntemlerle ilgili ikinci derece denklemi çözme için “ $b^2 - 4ac$ ” ifadesinin hesaplanması gerektiğini bulmalarını sağlayınız.
 - Şimdi “ $b^2 - 4ac$ ” ifadesini giriş alanı yardımı ile GeoGebra’da oluşturduğunuz uygulamaya giriniz. (GeoGebra otomatik olarak bu ifadeyi isimlendirecektir. Siz cebir penceresinde bu ifadeyi sağ klikleme ile seçip adını değiştirebilirsiniz.



- Şimdi öğrenciler sürgüler ile oynarken bir yandan cebir penceresindeki “ $b^2 - 4ac$ ” ifadesini temsil eden deltanın (ya da verdiği isim neyse) değişimini inceleyebilir ve ne zaman kök olacağı (x-eksenini keseceği) hakkında cebirsel genellemeler yapabilirler.

Not: Cebir penceresinde gözlemlenecek cebirsel değişiklikleri çizim alanında da gözlemlenebilecek hale getirebilirsiniz.

Metin ekleme nesnesini (ABC Metin ekle) kullanarak (“delta =” + delta) ve (“y =” + f) metinlerini giriniz. Aşağıdaki gibi değişen bir metin alanı elde edeceksiniz.



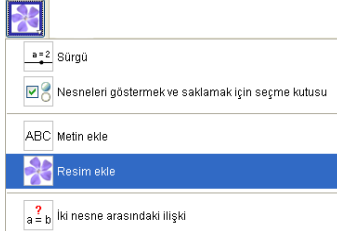
Bu tarz oluşturulan metinlere dinamik metin adı verilmektedir. Tırnak işareti içine yazdığınız kısım statik metin ve + işaretinden sonra ayırdığınız kısım ise cebirsel olarak temsil eden değişkenin adı yazılarak elde edilen dinamik metindir.

Not: Dinamik metinlerin anlamlı olması için çoğu durumda öğrenci ile birlikte üretilmesini öneriyoruz.

4.3 İletki ile açı ölçmenin görselleştirilmesi



GeoGebra'nın arayüzüne bilgisayarınıza kayıtlı bir resmi ekleyerek üzerinde çeşitli etkinlikler geliştirebilirsiniz. Bu durumu örneklendirmek için iletke ile açı ölçme işleminin sanal bir modelini oluşturacağız.

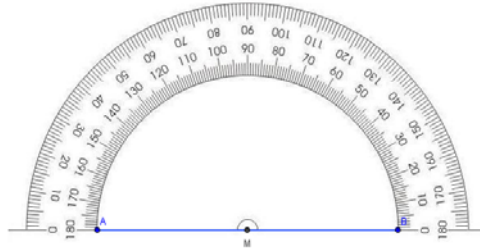
- Araç çubuğundaki resim ekleme aracını kullanarak (aşağıda gösterilmiştir) bilgisayarınıza önceden yüklediğiniz iletke resmini GeoGebra'nın çizim alanına ekleyiniz.




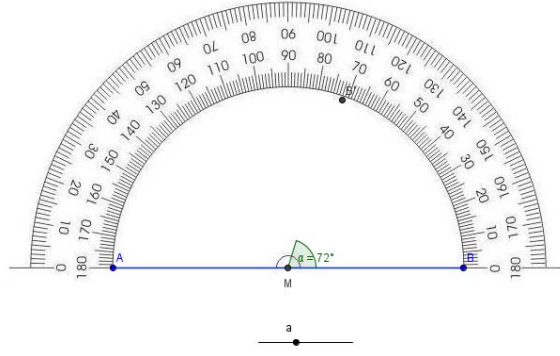
- Eklediğiniz resmin istem dışı yer değiştirmesini önlemek için resmi sağ tuş ile seçerek açılan menüden "**nesneyi sabitle**" seçeneğini seçiniz.

- Ölçmek istediğimiz açının sağlıklı ölçülmesi için iletkinin tam ortasını belirlemeliyiz. Bunu sağlamak için iletkinin tabanı üzerine bir AB doğru parçası yerleştirin ve bu doğru parçasının orta noktasını belirleyin.

- Doğru parçası için araç çubuğundan  aracını seçtikten sonra tam simetrik olarak iletkinin taban noktalarını sırayla seçmeniz yeterlidir.
- Bu doğru parçasının orta noktası için de  aracını seçtikten sonra doğruyu tıklayınız.



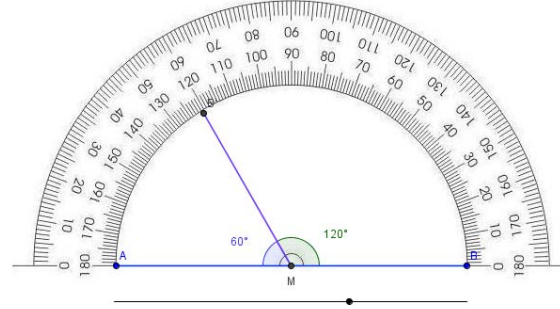
- Orta noktaya GeoGebra bir isim verecektir. Siz daha sonra bu ismi değiştirebilirsiniz.
- Şimdi bir açı oluşturmamız gerekiyor. Açının köşesi M noktası olacak şekilde ölçmeye B noktasından ya da A noktasından başlayabilirsiniz.
 - Açıyı oluşturduktan sonra kontrol edebilmek için 0° ile 180° arasında değişebilen bir sürgü oluşturalım. Sürgünün adı **a** olsun.
 - " **verilen ölçüde açı**" inşa etme aracına tıkladığınızda GeoGebra sizden ayak noktası ve açının köşe noktasını seçmenizi isteyecek. Önce B noktasını sonra M noktasını seçtiğinizde açı belirlemeniz gereken bir pencere açılacak. Eğer sabit bir değer girerseniz açıyı değiştiremezsiniz. Daha önce oluşturduğunuz sürgünün adını "**a**" yazın
 - Aşağıdaki şekli elde edeceksiniz.



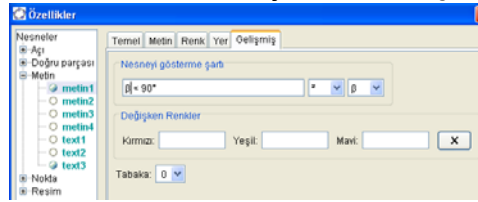
- Sürgüyü kaydırduğınızda değişen açıyı gözlemleyebilirsiniz.

- **Uygulamayı daha fazla geri bildirim sunan hale getirmek için öneriler:**

- MB' doğru parçasını oluşturun
- Uygulama BMB' açısını göstermektedir. İletkinin diğer tersten kullanımını da görselleştirmek için AMB' açısını da oluşturabilirsiniz.
- Açıyı kontrol eden sürgünün genişliğini de AB doğru parçası kadar ayarlayabilirsiniz.

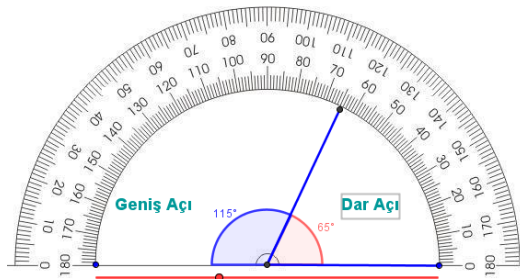


- Metin ekleme aracını kullanarak ikiye adet "Dik açı", "Dar Açı" ve "Geniş Açı" metinleri oluşturun.
- AMB' açısına GeoGebra'nın ne isim verdiği dikkat edin. Bu uygulamada β adı verilmiştir.
- "Dar Açı" metinlerinden birinin özellikler diyalog penceresini açın ve gelişmiş sekmesindeki "**Nesneyi Gösterme Şartı**" kutusuna $\beta < 90^\circ$ yazın.



Bu sayede bu metnin sadece AMB' açısı 90° 'den küçükken gösterilmesini sağlamış olacaksınız.

- "Dik Açı" ve "Geniş Açı" metinlerinden birer tanesini de AMB' açısı ile ilişkilendirip bu açının bulunduğu bölgeye 3 metni üst üste yerleştirin.
- Aynı işlemi BMB' açısı için de uygulayın



4.4 Etkinliğin Konusu: Tavşanın zıplamasını modelleyelim

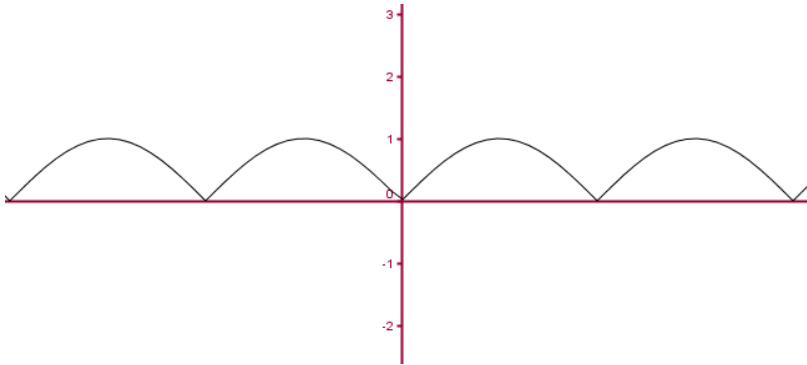
Bu etkinlik daha çok ortaöğretim müfredatı ile ilişkili olarak tasarlanmıştır. Ancak, etkinlik ile birlikte örneklendirilen bakış açısı ilköğretimde de faydalı olabilir.

- Bir tavşanın zıplama hareketini modellemek için sınıfımızda öğrencilerimize bu hareketin nasıl bir iz oluşturduğunu soralım.
 - Tartışmalar neticesinde aşağıdakine benzer bir iz olması gerektiği sonucuna ulaşalım.

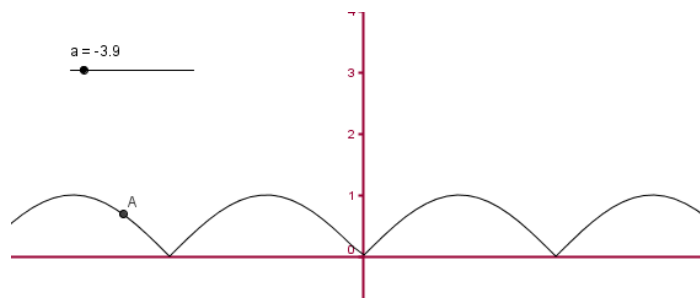


- Bu izin modellenmesi için nasıl bir matematik kavramı kullanmak gerekir? Bu sayede öğrencilerinize kazandırabileceğinizi yazınız.

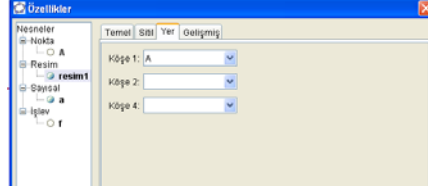
- GeoGebra'nın giriş alanı yardımı ile " **$abs(sin(x))$** " fonksiyonunu giriniz. Bu fonksiyonu temsil eden aşağıdaki eğriyi elde edeceksiniz.



- Bu eğri üzerinde gezen bir noktanın hareketi bizim tavşanın zıplamasını modelleyebilir. Bir a sürgüsü oluşturunuz ve yine giriş alanı yardımı ile (a, f(a)) noktasını inşa ediniz.



- Sürgüyü kaydirdıkça A noktasının bir tavşan gibi zıpladığını görebilirsiniz. Eğrinin görüntülenmemesini sağlayarak zıplayan bir nokta hissini kuvvetlendirebilirsiniz.
- A noktası tavşanı temsil ediyor ama siz isterseniz bu nokta ile birlikte hareket eden bir tavşan da ekleyebilirsiniz.
 - Bilgisayarınıza daha önce yüklediğiniz uygun büyüklükteki bir tavşan resmini GeoGebra'nın çizim alanına ekleyin.
 - Tavşanı sağ tuş ile seçerek açacağınız özellikler diyalog penceresinde özellikler menüsünü seçin ve resmin size göre sol alt köşesini temsil eden Köşe 1 kutusuna A noktasının adını girin.




- A noktasını da görünmez hale getirip sürgüyü kaydirdığınızda tavşanınız zıplayacak. Sürgüyü sağ tuş ile seçerek canlandırılıyor seçeneğini seçerseniz. Animasyonu görebilirsiniz.

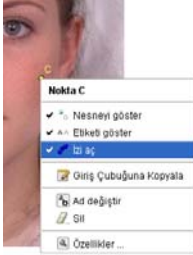


Not: Çeşitli fonksiyonları bu örnekteki gibi kullanarak küçük animasyon filmler üretilebilir. Böyle bir çalışmayı öğrencilerinize proje olarak verebilir. Matematiksel fonksiyonları kullanmalarını sağlayabilirsiniz. Bu sayede öğrenciler amatörce de olsa animasyon dünyasında dahi matematiğin bir yeri olduğunu görebilirler.

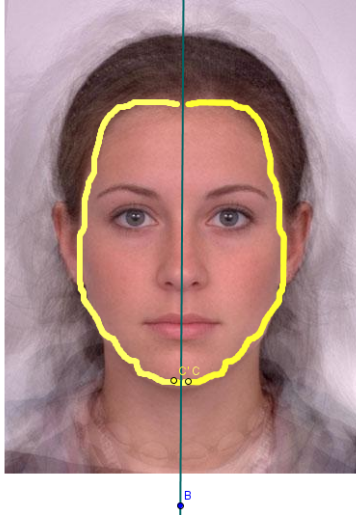
4.5 Simetri Kavramını Keşfedelim

GeoGebra belirlediğiniz bir nesnenin (nokta, doğru veya eğri) noktaya ve doğruya göre simetriğini hem geometrik olarak sunabilmekte hem de cebirsel olarak inceleme fırsatı vermektedir.

- Simetrik bir nesne içeren bir resim bulup bilgisayarınıza yükleyin
- Üzerine çizdiğiniz bütün geometrik nesnelerin resmin üzerinde kalmasını sağlamak için resmi sağ tuş ile seçerek arka plan resmi olarak ayarlayın
- Bir AB doğrusu ile bir C noktası oluşturun.
- Nesnelerin doğruya göre simetrisinin belirlenmesi için  aracını kullanarak C noktasının AB doğrusuna göre simetriğini oluşturun ve resmin üzerinde daha iyi fark edilmesi için uygun bir renge dönüştürün.
- C noktasının Simetriği olan noktaya GeoGebra otomatik olarak C' ismini verecektir. Bu noktaların her ikisinin de izini açın.



- C noktasını gezdirdiğinizde iki noktanın da izi resim üzerinde belircektir.



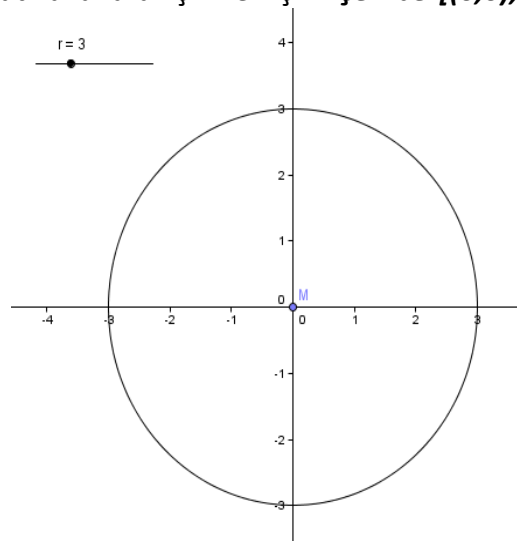
- Öğrencilerinizden AB doğrusunu uygun bir yere konumlandırarak resmin bu doğruya göre birbirinin simetriği olan bölgelerini bulmalarını isteyebilirsiniz.
- Simetri kavramını cebirsel olarak daha iyi anlaşılır hale getirmek için bu etkinliği nasıl geliştirebileceğinizi yazınız.

4.6 Dizi komutundan ve tablodan yararlanma (Çemberin çevresi ve π sayısı)

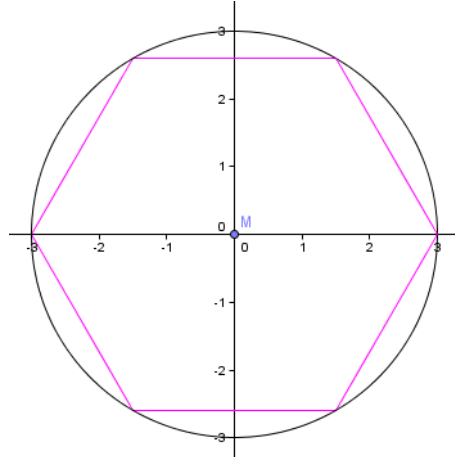
Arşimed (M.Ö.287 – M.Ö.212) çemberin çevresini hesaplamak için çembere iç teğet bir düzgün 192gen çizmiş ve bu yolla çemberin çevresinin çapına oranının sabit bir sayı olduğunun keşfedilmesinde önemli bir adım atmıştır. Bugün bu sayıya π sayısı diyoruz.

Arşimed'in çok zekice bir şekilde, özel geometrik bir yöntem kullanarak bu 192gen'in çevresine ulaştığı muhakkak. Biz biraz da teknolojinin yardımı ile sıradan bir şekilde çokgenin kenar uzunluklarının toplamından (düzgün çokgen olduğu için kenar sayısı* kenar uzunluğu) yararlanalım ve kenar sayısı arttıkça çembere ne kadar benzediğini gözlemleyebileceğimiz bir yapı oluşturalım.

- Yarıçapı r sürgüsüne bağlı olarak kontrol edilebilen bir çember çizelim. (Merkezi orijin olabilir. Komut kullanarak çizmek için "**Çember[(0,0), r]**")

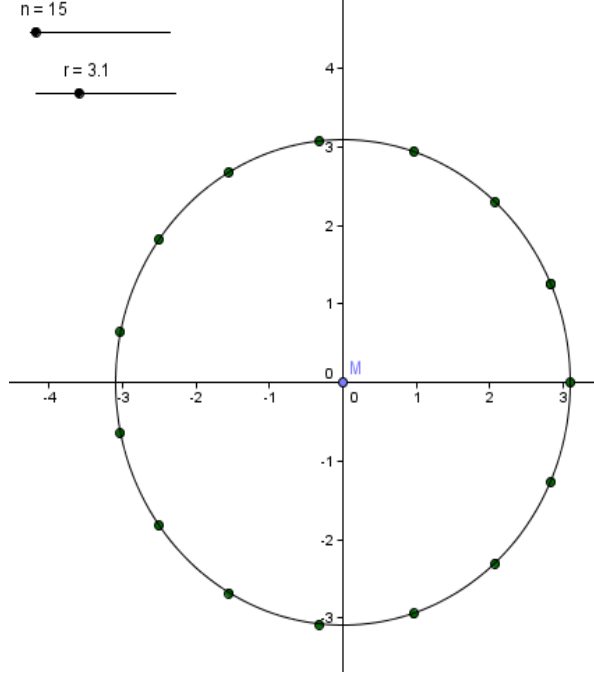


- Şimdi çemberin içine aşağıdaki gibi çokgenler çizmemiz ve bu çokgenlerin kenar sayısını bir sürgü ile kontrol edebilmemiz gerekiyor;



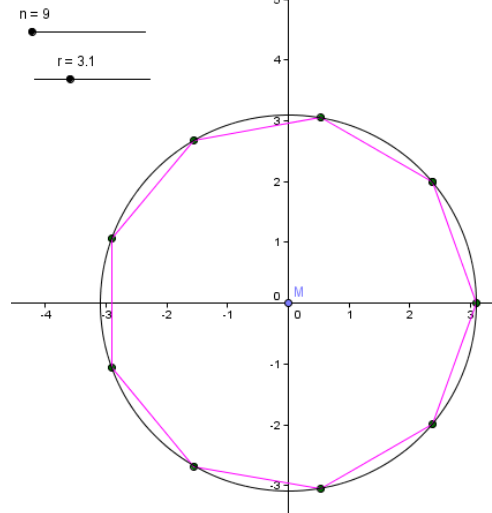
- Referans nokta olarak kullanmak üzere $A=(r,0)$ noktasını inşa edelim.
- Bir n -gen oluşturmak için ayak noktası A ve köşesi M olan $360/n$ derecelik bir açı ile ardışık bir şekilde dizilen çember üzerinde noktalar kümesi elde etmemiz gerekiyor. Bu kümenin bir dizi olacağını unutmamalıyız.
- Öncelikle çokgenin kenar sayısını kontrol edecek 3 ile 300 arasında (üst sınır size kalmış) bir n sürgüsü oluşturalım.
- **Döndür[A, α , M]** komutu, A noktasını ayak noktası olarak alıp M köşesinde α kadar bir açı oluşturmaktadır. Buna göre;

- 1'den $(n+1)$ 'e kadar değişen i indisini kullanarak **$Döndür[A, i*(360/n)^o, M]$** komutu bize aralarında $360/n$ derecelik açı olan noktalar sağlayacaktır.
- Bir dizinin genel terimi niteliğinde olan bu komutu Dizi komutu içinde kullanarak bu noktaları görüntüleyelim.
- **$Dizi[Döndür[A, 360 / n^o i, M], i, 1, n + 1]$**



- Bu noktaları ardışık olarak birleştiren bir doğru parçaları dizisine ihtiyacımız var.
 - Bir n -gen için $n+a$ adet nokta elde ettiğimizi unutmayın! Bunu niçin yaptık?

- GeoGebra önceki adımda elde ettiğimiz dizi elemanlarının oluşturduğu listeye liste1 adını verdi.
- Şimdi öncelikle **$Dizi$** , **$DoğruParçası$** ve **$Öğ$** komutlarının yardımı ile **liste1**'in ardışık elemanlarını birleştiren bir doğru parçaları listesi oluşturalım;
 - **$Dizi[DoğruParçası[Öğ[liste1, i], Öğ[liste1, i + 1]], i, 1, n]$**
- Bu komut aşağıdaki şekli elde etmemizi sağlayacak;



- Kenar sayısını kontrol eden sürgüyü değiştirdikçe çember içindeki çokgenin nasıl değiştiğini görebiliriz.

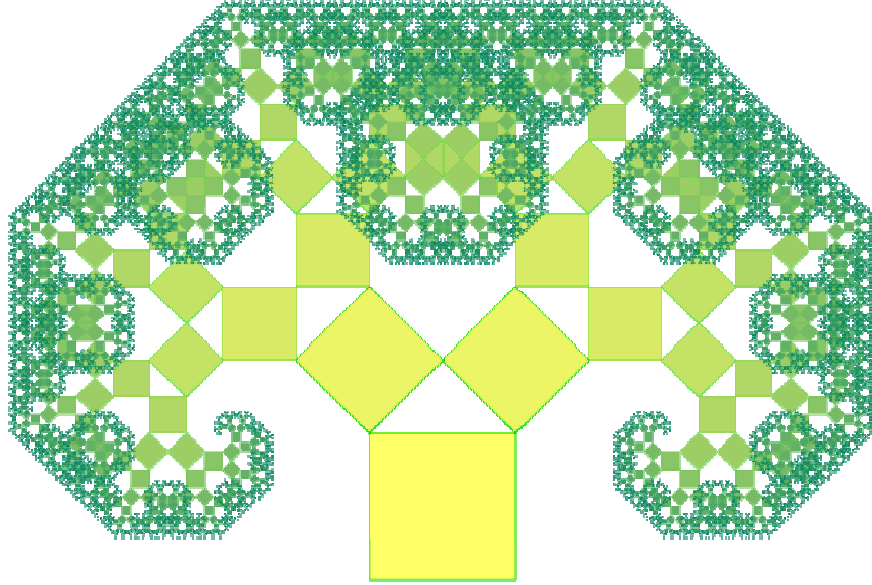
- Çemberin çevresi ile içine çizilen çokgenin çevresi arasındaki ilişkiyi öğrencilerimizle birlikte inceleyelim;
 - Kenar sayısının artması durumunda çokgen ile çemberin benzer olduğu fark edilebilir.
 - Şimdi Görünüm menüsünü kullanarak Hesap Çizelgesi Görünümü'nü açalım ve A1 ve A2 hücrelerine sırasıyla "**Çokgenin Çevresi**" ve "**Çevre bölü Çap**" yazalım.
 - B1 hücresine **Toplam[liste2]** (*Çokgeni oluşturan doğru parçaları listesinin adı liste2 olmuştur*) komutunu, B2 hücresine de **B1/(2*r)** komutunu yazalım.
 - Kenar sayısı arttırıldıkça çevre bölü çap oranının 3,1415... sayısı olacağı ve yarıçap arttırıldıkça çevrenin değişmesine rağmen bu sabit sayının hiç değişmeyeceği görülebilir.
 - Elde edilen bu durumu öğrencilerinizin anlayışını arttırmak için nasıl yorumlarsınız?

4.7 Fraktalar ve yeni bir araç oluşturma

Geogebra, aynı işlemi arka arkaya defalarca tekrarlamak istediğinizde işinizi kolaylaştıracak bir opsiyona da sahiptir. Mevcut araçlara kullanıcı tanımlı bir araç ekleyebilir, bu yolla GeoGebra'nızı kişiselleştirebilirsiniz.

Bu opsiyonu kullanmaya yönelik, ilköğretim müfredatının da yeni bir konusu olan fraktalar çok güzel bir örnektir.

Örnek olarak, Pisagor ağacı denen aşağıdaki fraktalı oluşturalım;

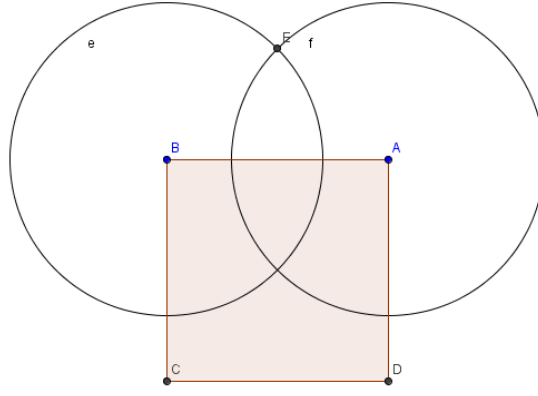


Bir karenin üzerine ikizkenar dik üçgen yerleştirip, bu üçgenin dik kenarları üzerine birer kare çizelim ve bu işlemi her bir kare için tekrarlayalım. Yukarıdaki ağaca benzer fraktalı elde edeceksiniz.

- Öncelikle düzgün çokgen çizme aracını kullanarak bir kare çizelim

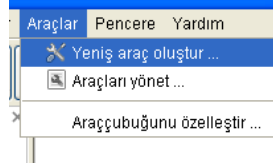


- Pisagor ağacını çizmek için gerekli olan ilk adımı (iterasyon) uygulayıp, bu adımda elde edilen ürünleri kullanarak iterasyonu kaydetmemiz gerekiyor.
 - Çizdiğimiz ABCD karesinin üstteki iki noktasının A ve B olduğu varsayımı ile anlatıma devam edersek;
 - Karenin üstüne bir ikizkenar dik üçgen yerleştirmemiz gerekiyor. Bu üçgenin bir kenarı karenin bir kenarının $1/\sqrt{2}$ katıdır. Merkezleri A ve B olan ve yarıçapı karenin bir kenarının $1/\sqrt{2}$ katı olan birer çember çizip bu çemberlerin kesişim noktalarını işaretleyelim;

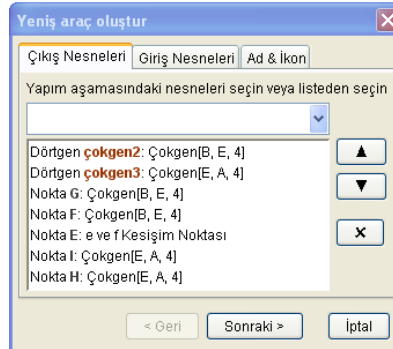


Çemberlerden birini elde etmek için gerekli komut: **Çember[A, a/sqrt(2)]**

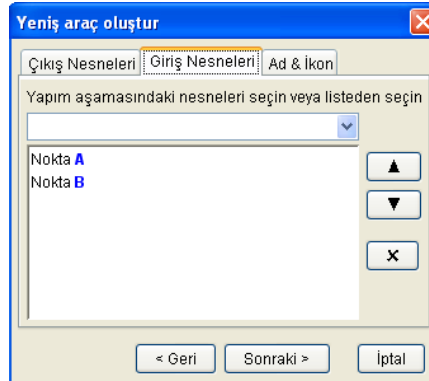
- Çemberlerin kesişim noktası olan E noktasını belirledikten sonra gizleyelim.
- Şimdi E ve B noktaları ile A ve E noktalarını kullanarak birer kare oluşturalım
- Birinci iterasyonu gerçekleştirmiş olduk. Şimdi, bu işlem sırasında elde ettiğimiz ürünü çıktı olarak verecek bir araç oluşturacağız.
 - Araçlar menüsünden Yeni Araç Oluştur seçeneğini seçiniz.



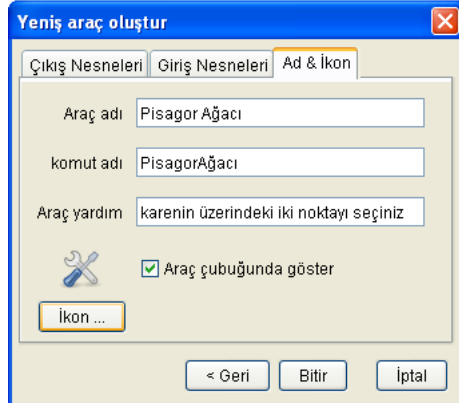
- Açılan pencerede, "**Çıkış Nesneleri**" sekmesindeki ilgili alana asıl ürünümüz olan iki kareyi ve noktaları temsil eden değişkenleri giriniz. (Bu işlemi açılır menüden yapabileceğiniz gibi, çizim tahtasında ilgili öğelerin üzerine tıklayarak da yapabilirsiniz.)



- "**Giriş Nesneleri**" sekmesinde, seçtiğiniz çıkış nesneleri için gerekli giriş nesneleri otomatik olarak belirecektir. Dilerseniz bunları arttırabilirsiniz.

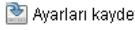


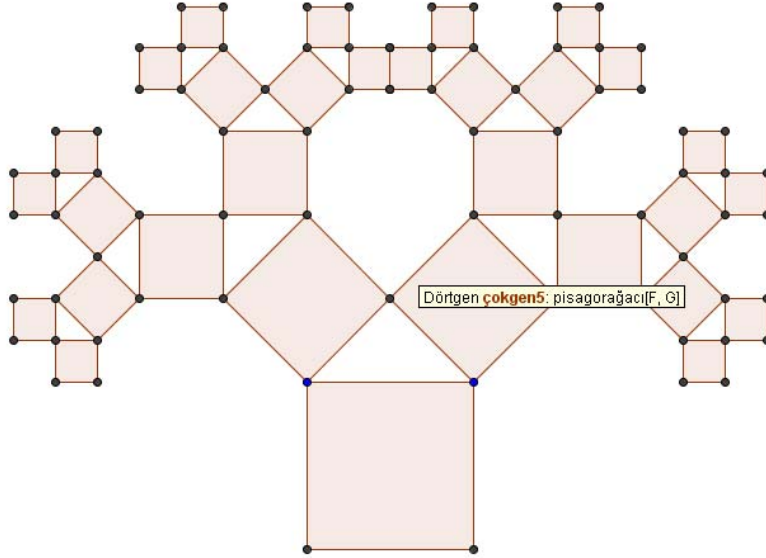
- "**Ad ve İkon**" sekmesinde ise oluşturduğunuz araca isim verebilir ve bu araç seçildiğinde ne yapılması gerektiğine dair belirecek açıklamayı yazabilirsiniz. Bilgisayarınızda yüklü olan bir resmi bu araç için ikon olarak da atayabilirsiniz.



- Artık GeoGebra araç çubuğunda sizin inşa ettiğiniz araç da belirecektir.



- Seçenekler menüsünden  seçeneğine tıklarsanız. Bundan sonraki GeoGebra pencerelerinde bu araç her zaman kullanıma hazır olacaktır.
- 4 iterasyon sonra elde edilen fraktal aşağıdaki gibidir;




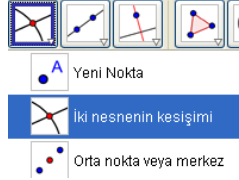
Not: Siz de bu yöntemle çeşitli fraktalar elde edebilir veya var olan fraktalların kurallarında küçük değişiklikler yaparak farklı yapılar elde edebilirsiniz.


4.8 Pergel ve Çizgiklik ile Geometrik çizim uygulamaları

Cetvel ile ölçme yapmadan bir doğru parçasının orta noktasını bulma gibi geometrik çizimlerde de GeoGebra'dan yararlanabilirsiniz.

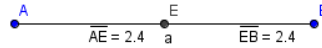
Bir doğru parçasının orta noktasını bulma;

- Bir doğru parçasının orta noktasını bulmak için GeoGebra'dan yararlanalım;
 - Bir doğru parçası çiziniz.
 - Elimizle yaptığımız gibi doğru parçasının her iki ucunu merkez kabul eden çemberlerden yararlanacağız. Bu çemberlerin yarıçapının aynı olduğunu garanti altına almak ve yarıçapı daha sonra da değiştirebilmek için bir r sürgüsü oluşturalım
 -  aracını kullanarak yarıçapını r olarak belirlediğimiz doğru parçasının iki ucunu merkez kabul eden iki adet çember çizelim.
 - Bu çember kesişmiyorsa yarıçapı arttıralım.
 - Çemberlerin kesişim noktalarını elde edelim.



- Bu noktalardan geçen bir doğru çizip doğru parçası ile kesişimini bulalım.
- Son olarak elde ettiğimiz nokta doğru parçamızın orta noktasıdır. Bundan emin olmak için noktalar arasını  aracını kullanarak ölçtürebiliriz.
- Görünmemesi gereken öğeleri gizleyerek çizimi tamamlayalım.

$r = 3$



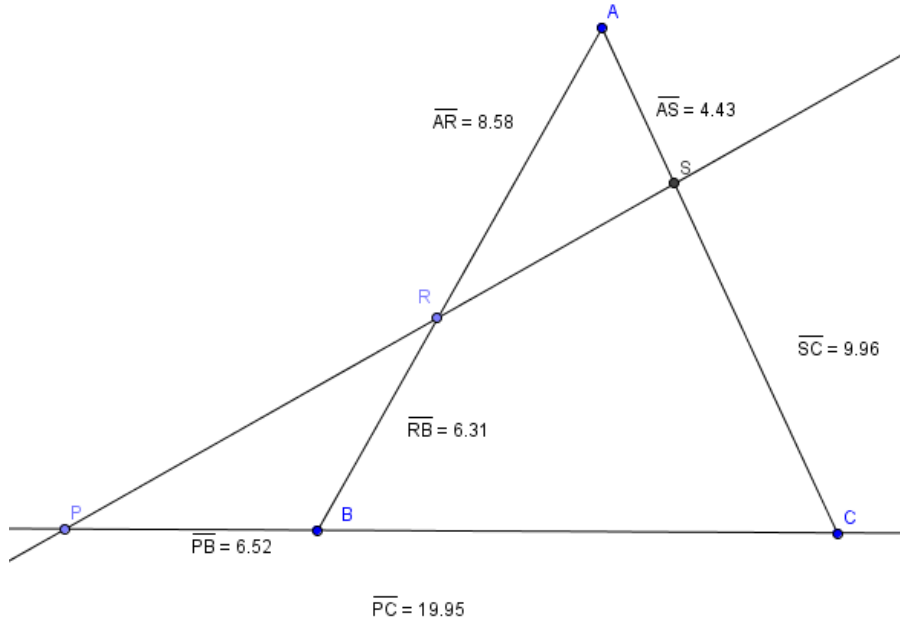
- Bu çizimi bilgisayar kullanarak yapmak öğretim için ne gibi fırsatlar kazandırır? Lütfen yazınız.

4.9 Geometrik İspatları Görselleştirme

GeoGebra ile çeşitli geometri teoremlerinin ispatlarını görselleştirebilir, bu sayede cebirsel ispatları destekleyerek daha kalıcı bir şekilde içselleştirilmesini sağlayabilirsiniz.

Örnek olarak **MENELAUS** teoremini ele alalım;

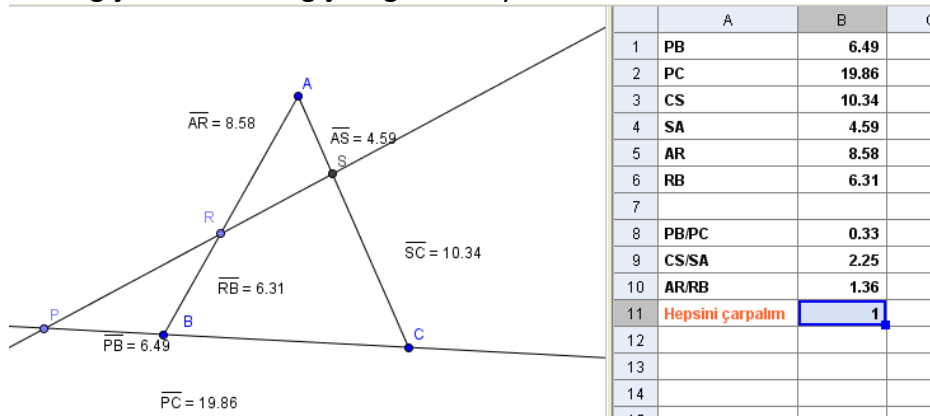
- Menelaus teoreminin şartlarının kullanılacağı geometrik şekli çizin ve gerekli bütün uzaklıkları ölçerek cebirsel olarak kullanılabilecek şekle getiriniz.



- Bu şekli doğru oluşturdu iseniz, her noktasını sürükleyerek şeklin dinamik bir şekilde değişmesini sağlayabilirsiniz.

Not: Teoremin doğruluğun kontrol etmek için, bu aşamadan sonraki kısımları öğrencilerinizle birlikte uygulamanız önemlidir!

- **“Hesap Çizelgesi Görünümünü”** açınız.
- GeoGebra ölçtüğünüz uzunlukları otomatik isimlendirerek cebir penceresine de yazmış durumdadır. Oradaki isimleri kullanarak aşağıdaki şekildeki gibi bütün değişkenleri hesap çizelgesine giriniz.
- Teoremdeki hesaplamayı yaptırdıktan sonra şekli dinamik olarak değiştiriniz ve değişkenlerdeki değişimi gözlemleyiniz.



- Bu uygulamanın ispatın yerini tutmadığını unutmayınız. Bunu öğrencilerinize de hatırlatınız.